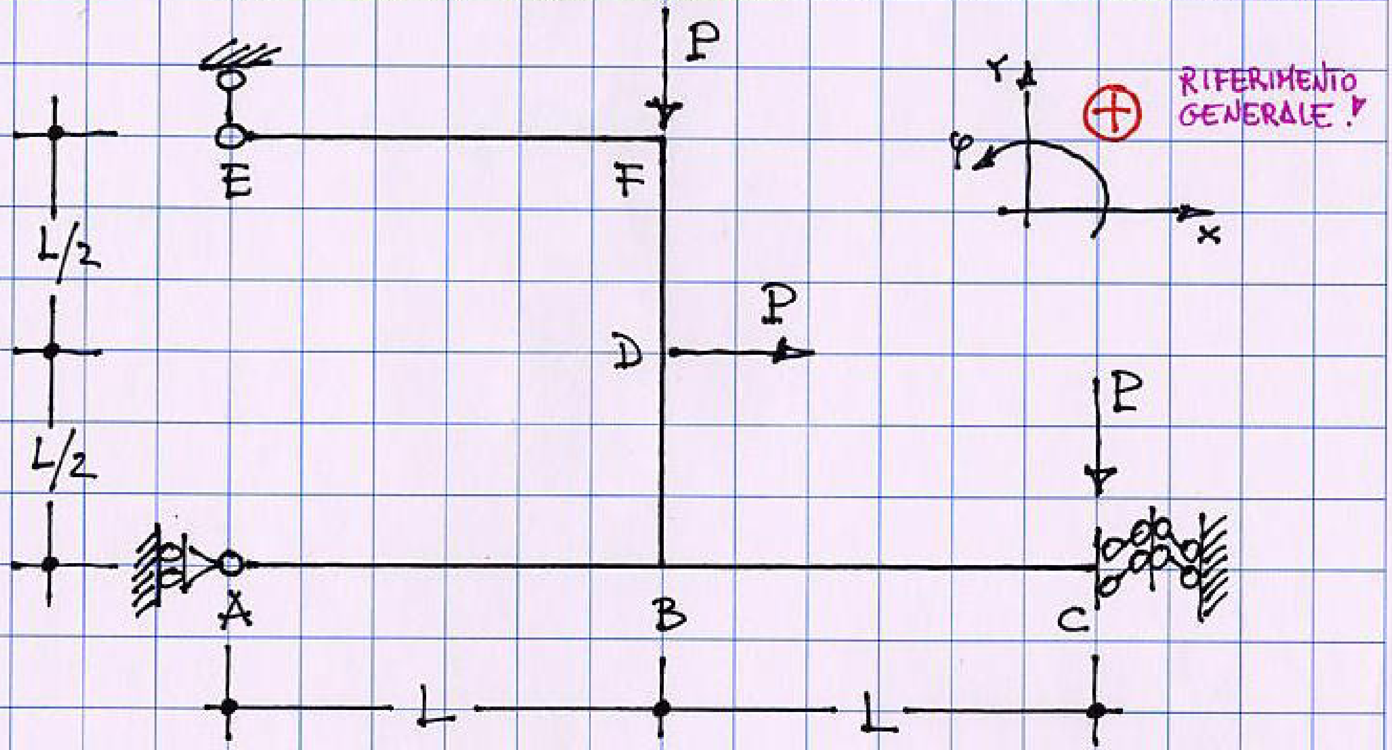
ESERCIZIO #1

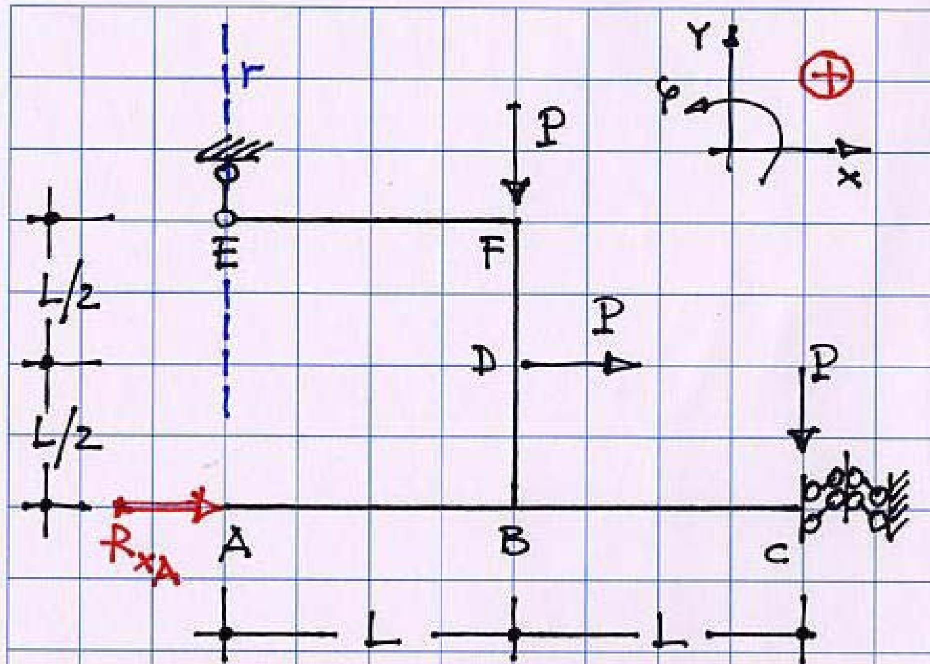
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI DEL SISTEMA ISOSTATICO SEGUENTE TRAMITE LE CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DEI CINEMATISMI.



- CALCOLO DI R_{x_A}:

1. A tal fine è sufficiente considerare la catena cinematica ottenuta dal sistema isostatico originario sopprimendo il carrello A e sostituendo ad esso la componente di reazione (incognita) R_{x_A} che esso è potenzialmente in grado di esplicare.
2. La reazione incognita R_{x_A} del sistema originario è infatti interpretabile, sulla catena cinematica sopra individuata, come un carico esterno incognito. La scrittura delle condizioni di equilibrio di tutti i carichi agenti sullo schema labile conduce alla determinazione di R_{x_A}.

FUSCHI
PISANO
SOFI



- grado di labilità

$$\ell = 3 - (1+1) = 1$$

- Centro Assoluto di rotazione (CA) -

PENDOLO E → C.A. ∈ r

DOPPIO BIPENDOLO C → C.A. ∈ r_∞

$$C.A. \equiv R_\infty \updownarrow$$

3. Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T$:= matrice di equilibrio, $\underline{F}$:= vettore dei carichi. Nel caso in esame, essendo in presenza di una catena cinematica ($\ell = 1$), il sistema $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ si riduce all'equazione $\underline{C}^T \underline{F} = 0$ (la matrice di equilibrio è costituita da una sola riga ovvero $\underline{C}$, matrice di compatibilità, è costituita da una sola colonna).

4. Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale e assumendo:

$$\delta\lambda \equiv \delta u_{x_E} \quad ; \quad \delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{y_F} \\ \delta u_{x_D} \\ \delta u_{y_C} \\ \delta u_{x_A} \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} -P \\ P \\ -P \\ R_{x_A} \end{bmatrix} \quad ;$$

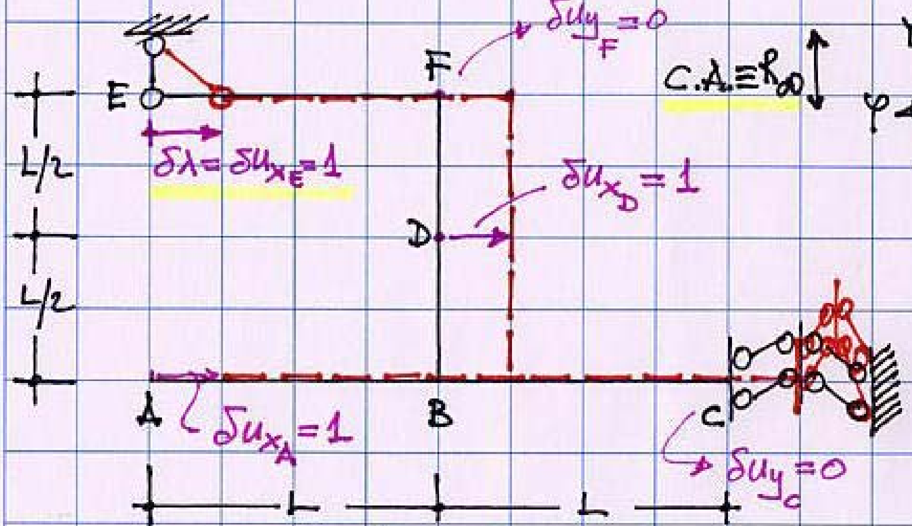
PARAMETRO LAGRANGIANO

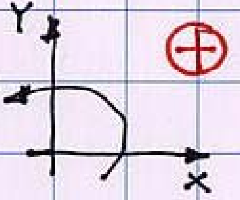
VETTORE DEGLI SPOSTAMENTI DIPENDENTI DEI PUNTI DI APPLICAZIONE DEI CARICHI (COMPONENTE DI SPOST. NELLA DIREZIONE DEL CARICO)

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI

l'individuazione di $\underline{C}$ (unica colonna della matrice di compatibilità) può effettuarsi considerando la spostata della catena cinematica ottenuta per $\delta\lambda = \delta u_{x_E} = 1$ e valutando gli spostamenti dei punti di applicazione dei carichi, risulta infatti $\underline{C} \equiv \delta \underline{u}_D \big|_{\delta\lambda=1}$.





$$\delta \underline{u}_D \big|_{\delta\lambda=1} \equiv \underline{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si ha in definitiva:

$$\underline{C}^T \underline{F} = 0 \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P \\ P \\ -P \\ R_{x_A} \end{bmatrix} = 0 \rightsquigarrow P + R_{x_A} = 0$$

$$\boxed{R_{x_A} = -P} \quad (*)$$

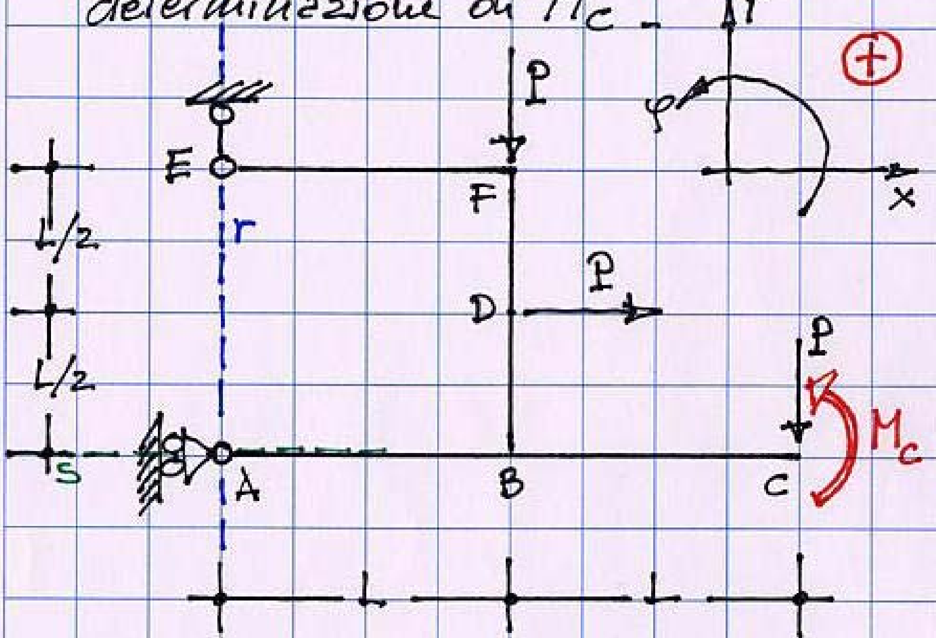
(*) Il verso effettivo di R_{x_A} è opposto a quello ipotizzato!

- CALCOLO DI M_C :

1. A tal fine è sufficiente considerare la catena cinematica ottenuta dal sistema isostatico originario sopprimendo il doppio bipendolo C e sostituendo ad esso la componente di reazione (incognita) M_C che esso è potenzialmente in grado di esplicare.

SCBAA LABSTA
campus one
FUSCHI
PISANO
SOFI

2. La reazione incognita M_C del sistema originario è infatti interpretabile, sulla catena cinematica così individuata, come un carico esterno incognito.
Le scrittura delle condizioni di equilibrio di tutti i carichi agenti sullo schema labile conduce alla determinazione di M_C.



* grado di labilità
$$\ell = 3-(1+1) = 1$$
* Centro Assoluto di rotazione (CA).

PENDOLO E ⇒ C.A. ∈ r
CARRELLO A ⇒ C.A. ∈ s

$$C.A. \equiv A$$

3. Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T$:= matrice di equilibrio, $\underline{F}$:= vettore dei carichi. Nel caso in esame, essendo in presenza di una catena cinematica ($\ell = 1$), il sistema $\underline{\underline{C}}^T \underline{F} = \underline{0}$ si riduce all'equazione $\underline{C}^T \underline{F} = 0$.

4. Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale e assumendo:

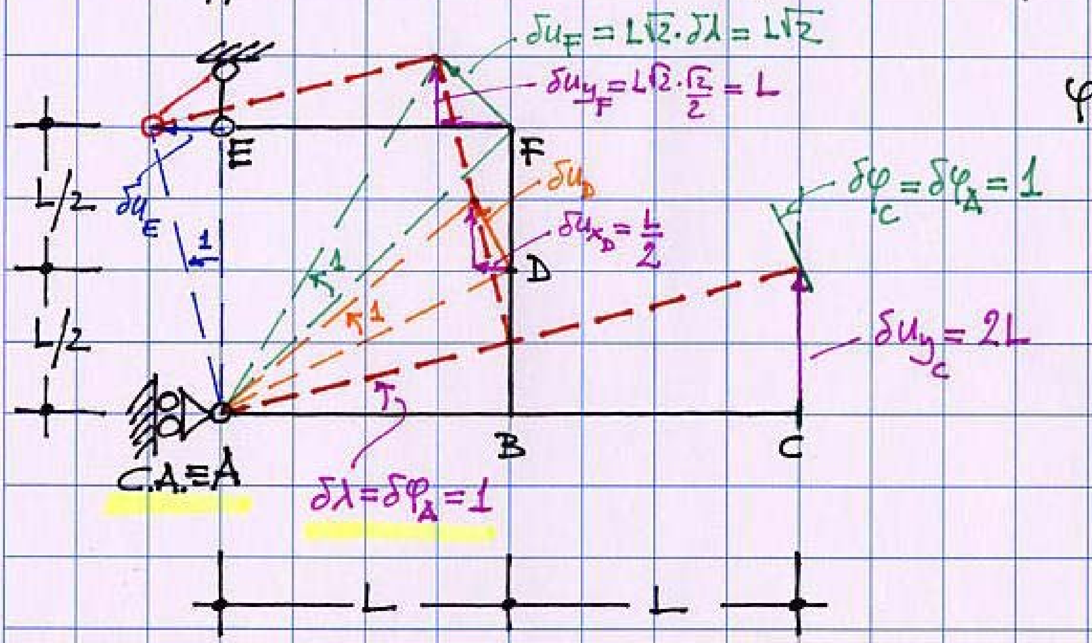
$$\delta\lambda = \delta\varphi_A \quad ; \quad \delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{y_F} \\ \delta u_{x_D} \\ \delta u_{y_C} \\ \delta\varphi_C \end{bmatrix} \quad ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} -P \\ P \\ -P \\ M_C \end{bmatrix};$$

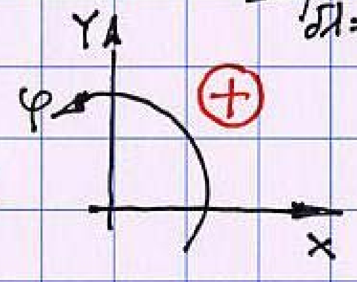
PARAMETRO LAGRANGIANO

VETTORE DEGLI SPOSTAMENTI DIPENDENTI DEI PUNTI DI APPLICAZIONE DEI CARICHI (COMPONENTI DI SPOST. NELLA DIREZIONE DEI CARICHI)

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

l'individuazione di $\underline{C}$ (unica colonna della matrice di compatibilità) può effettuarsi considerando la spostata della catena cinematica ottenuta per $\delta\lambda = \delta\varphi_A = 1$ e valutando gli spostamenti dei punti di applicazione dei carichi, risulta infatti $\underline{C} \equiv \delta \underline{u}_D \Big|_{\delta\lambda=1}$.





$$\delta \underline{u}_D \Big|_{\delta\lambda=1} = \underline{C} = \begin{bmatrix} L \\ -\frac{L}{2} \\ 2L \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si ha in definitiva:

$$\underline{C}^T \underline{F} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} L & -\frac{L}{2} & 2L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P \\ P \\ -P \\ M_c \end{bmatrix} = 0 \rightarrow -PL - P\frac{L}{2} - 2PL + M_c = 0$$

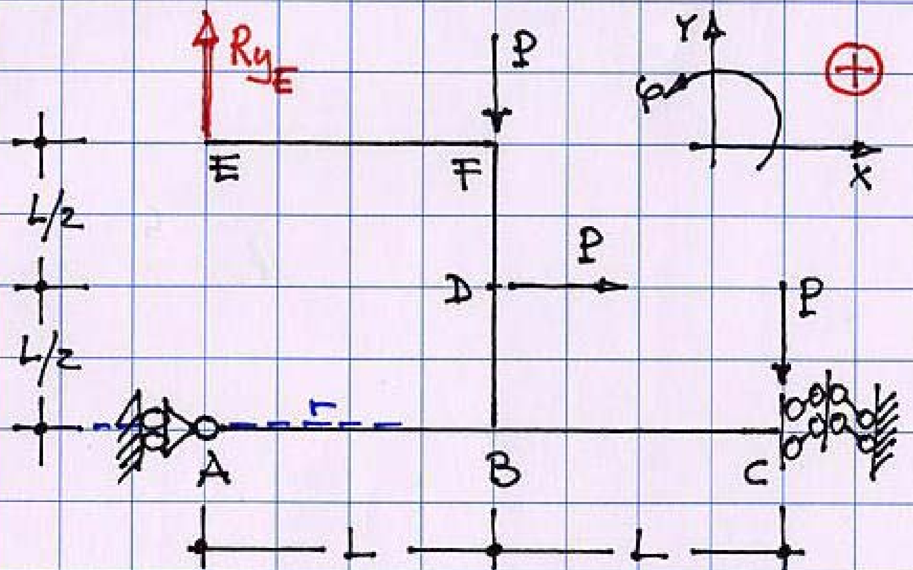
$$\boxed{M_c = \frac{7}{2} PL}$$

- CALCOLO DI R_{y_E}

1. A tal fine è sufficiente considerare la catena cinematica ottenuta dal sistema isostatico originario sopprimendo il pendolo E e sostituendo ad esso la componente di reazione incognita R_{y_E} che esso è potenzialmente in grado di esplicare.

SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI

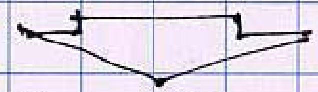
2. La reazione incognita R_{y_E} del sistema originario è infatti interpretabile, sulla catena cinematica così individuata, come un carico esterno incognito. La scrittura delle condizioni di equilibrio di tutti i carichi agenti sullo schema labile conduce alla determinazione di R_{y_E}.



* grado di labilità
$\ell = 3 - (1+1) = 1$

* Centro Assoluto di rotazione C.A.

CARRELLO A ⇝ C.A. ∈ r
DOPPIO BIPENDOLO C ⇔ C.A. ∈ r_∞



C.A. ≡ R_∞

3. Le equazioni di equilibrio dei cinematismi hanno la forma generale $\underline{\underline{C}}^T\underline{F}=\underline{0}$ con $\underline{\underline{C}}^T :=$ matrice di equilibrio, $\underline{F} :=$ vettore dei carichi. Nel caso in esame, essendo in presenza di una catena cinematica ($\ell=1$), il sistema $\underline{\underline{C}}^T\underline{F}=\underline{0}$ si riduce all'equazione $\underline{C}^T\underline{F}=0$.

4. Tenendo conto dei versi positivi individuati dal riferimento generale e assumendo:

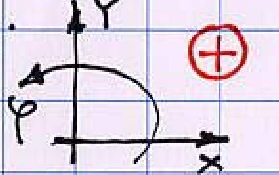
$$\delta\lambda = \delta u_{y_A} \; ; \quad \delta\underline{u}_D = \begin{bmatrix} \delta u_{y_E} \\ \delta u_{y_F} \\ \delta u_{x_D} \\ \delta u_{y_C} \end{bmatrix} \; ; \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} R_{y_E} \\ -P \\ P \\ -P \end{bmatrix} \; ;$$

PARAMETRO LAGRANGIANO

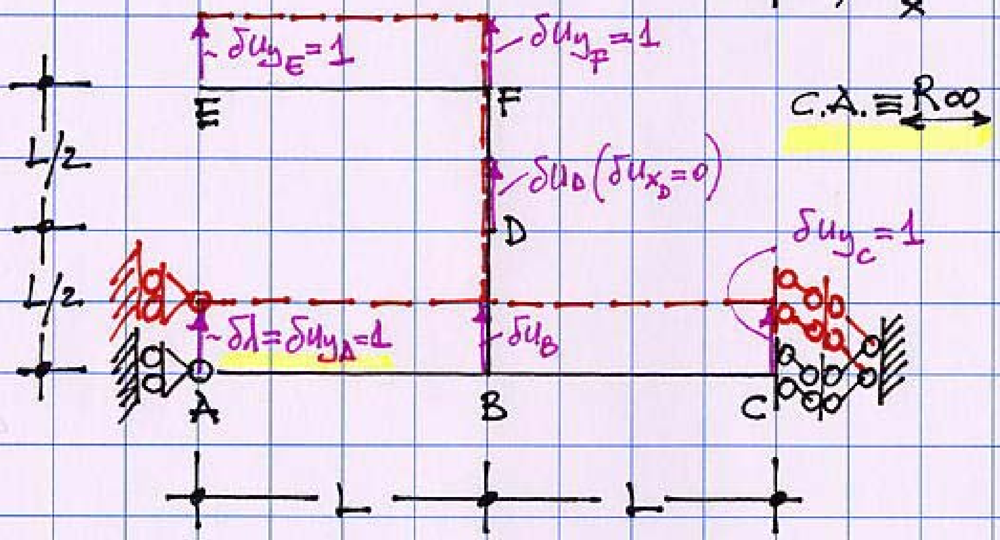
VETTORE DEGLI SPOSTAMENTI DIPENDENTI DEI PUNTI DI APPLICAZIONE DEI CARICHI (COMPONENTI DI SPOSTAMENTO NELLA DIREZIONE DEI CARICHI)

VETTORE DEI CARICHI (ORGANIZZATO COME $\delta\underline{u}_D$)

l'individuazione di $\underline{c}$ (unica colonna della matrice di compatibilità) può effettuarsi considerando la spostata della catena cinematica ottenuta per $\delta\lambda = \delta u_{y_A} = 1$ e valutando gli spostamenti dei punti di applicazione dei carichi; risulta infatti $\underline{c} \equiv \delta\underline{u}_D\big|_{\delta\lambda=1}$.



* grado di



$$\delta\underline{u}_D\Big|_{\delta\lambda=1} = \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si ha in definitiva:

$$\underline{c}^T \underline{F} = 0 \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{y_E} \\ -P \\ P \\ -P \end{bmatrix} = 0 \rightsquigarrow R_{y_E} - P - P = 0$$

$$\boxed{R_{y_E} = 2P}$$

- REAZIONI VINCOLARI DEL SISTEMA ISOSTATICO: