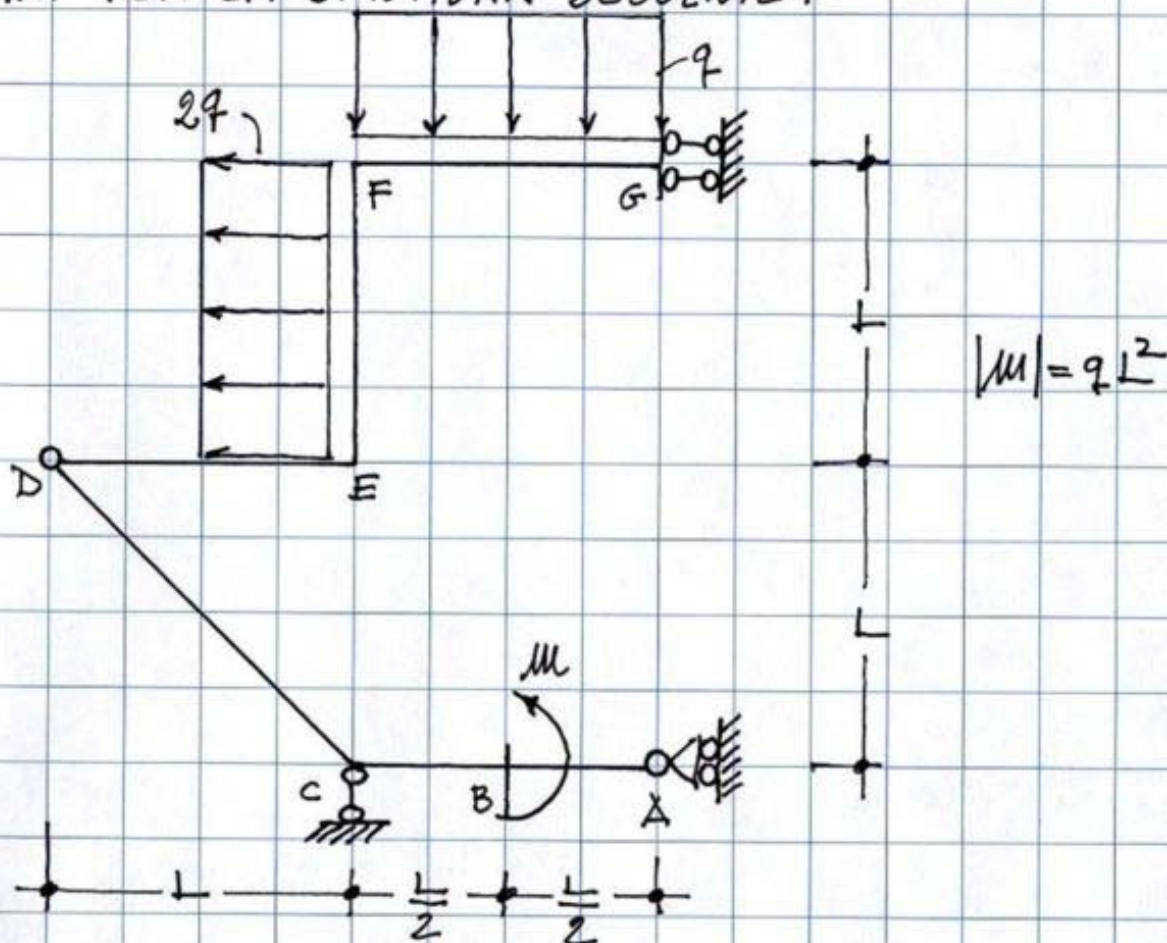


ESERCIZIO #5

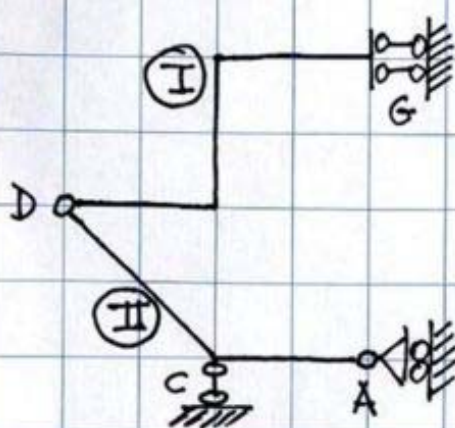
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (R_V), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



• GRADO DI LIBERTÀ APPARENTE

$$l = 3N - \mu_t = 3 \times 2 - (1 + 1 + 2 + 2) = 0 \Rightarrow \text{C.N. per l'isostaticità - OK!}$$

• EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



BIPENDELO G $\Rightarrow C^I \equiv R_{00}$

PENDELO C + CARRELLI A =

= CERNIERA IDEALE IN C $\Rightarrow C^{II} \equiv C$

CERNIERA INTERNA D $\Rightarrow C^{III} \equiv D$

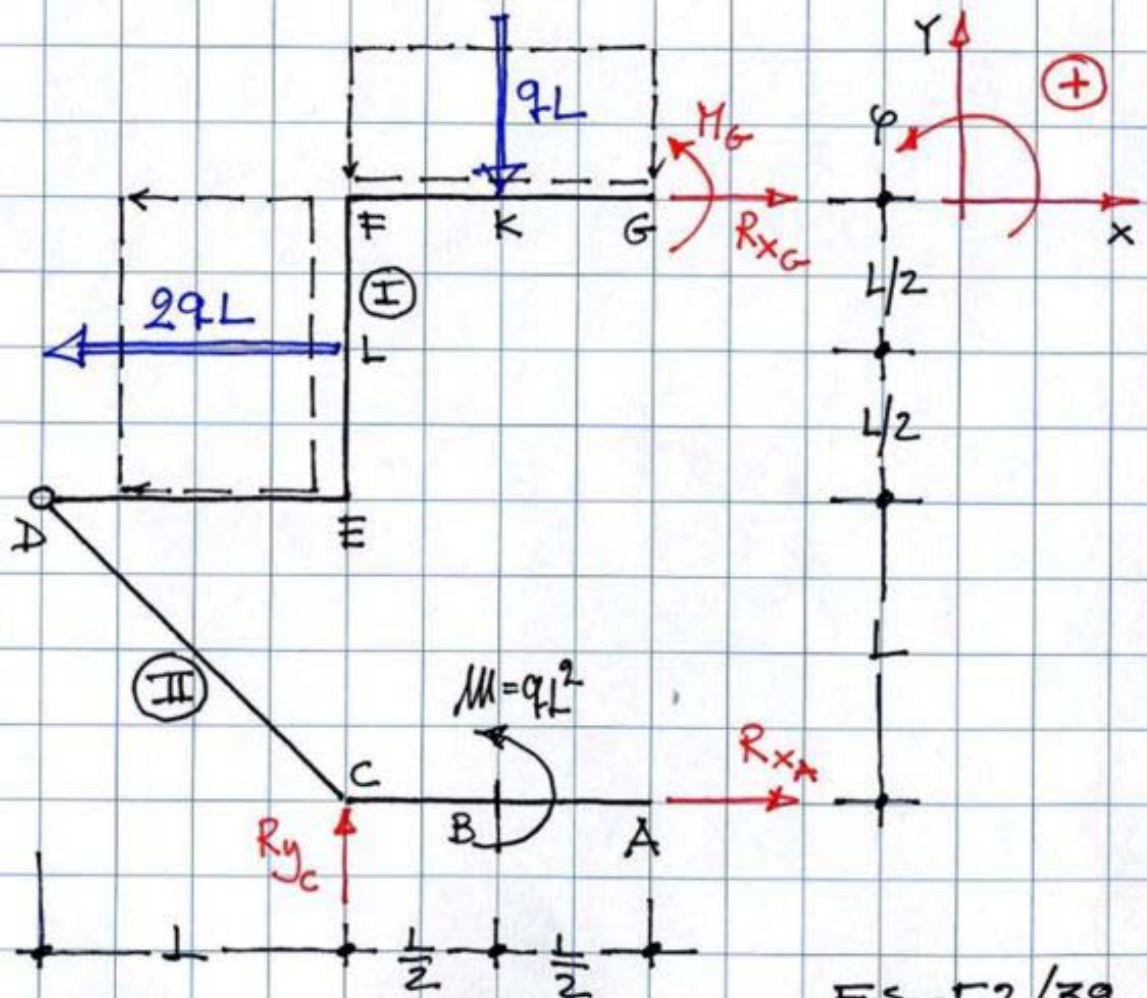
I centri assoluti non sono allineati con il centro relativo \Rightarrow sist. isostatica?

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV - metodo analitico



1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare (assunte con verso arbitrario).
3. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazioni incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè al sistema nel suo complesso ignorando in questa fase la presenza del vincolo interno D); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica della cerniera interna D (si impone in questo caso che la rotazione II non ruoti rispetto alla I).



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{x_G} + R_{x_A} - 2qL = 0 \Rightarrow R_{x_G} = 4qL \quad (3)$$

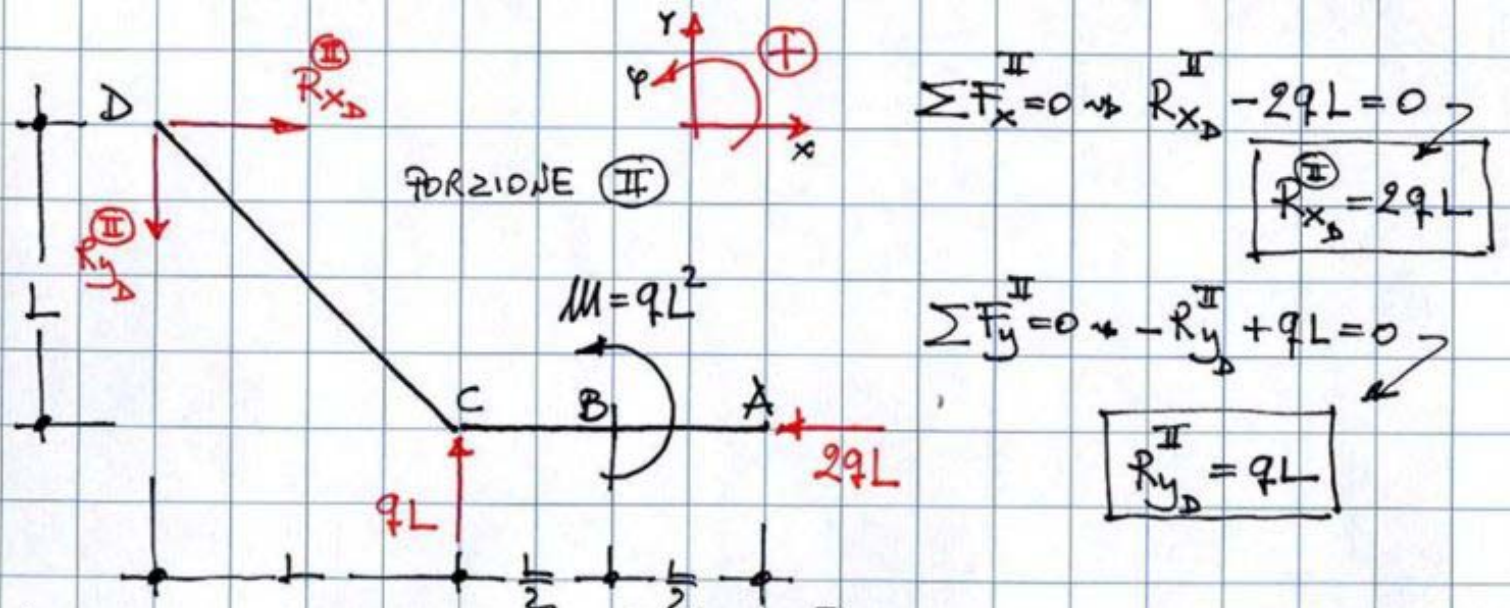
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{y_C} - qL = 0 \Rightarrow R_{y_C} = qL \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M + 2qL \cdot \frac{3}{2}L - qL \cdot \frac{L}{2} + M_G - R_{x_G} \cdot 2L = 0 \Rightarrow M_G = \frac{9qL^2}{2} \quad (4)$$

$$\sum M_D^{\text{II}} = 0 \Rightarrow R_{y_C} \cdot L + M + R_{x_A} L = 0 \Rightarrow R_{x_A} = -2qL \quad (2) (*)$$

NB.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risultato (ottenuto per sostituzione di (1)); (3) =
 (*) il valore di reazione calcolato è negativo!
 il verso effettivo è opposto a quello ipotizzato!

4. Le componenti di reazione della cerniera interna D possono determinarsi indifferentemente imponendo l'equilibrio di (I) o di (II). A tal fine sostituendo alla cerniera interna D le componenti di reazione che essa è in grado di esplicare (assunte ovviamente con verso arbitrario) si impone l'equilibrio della porzione di struttura considerata sulla quale agiscono le reazioni esterne note e i carichi applicati. Considerando la porzione (II) si ha:

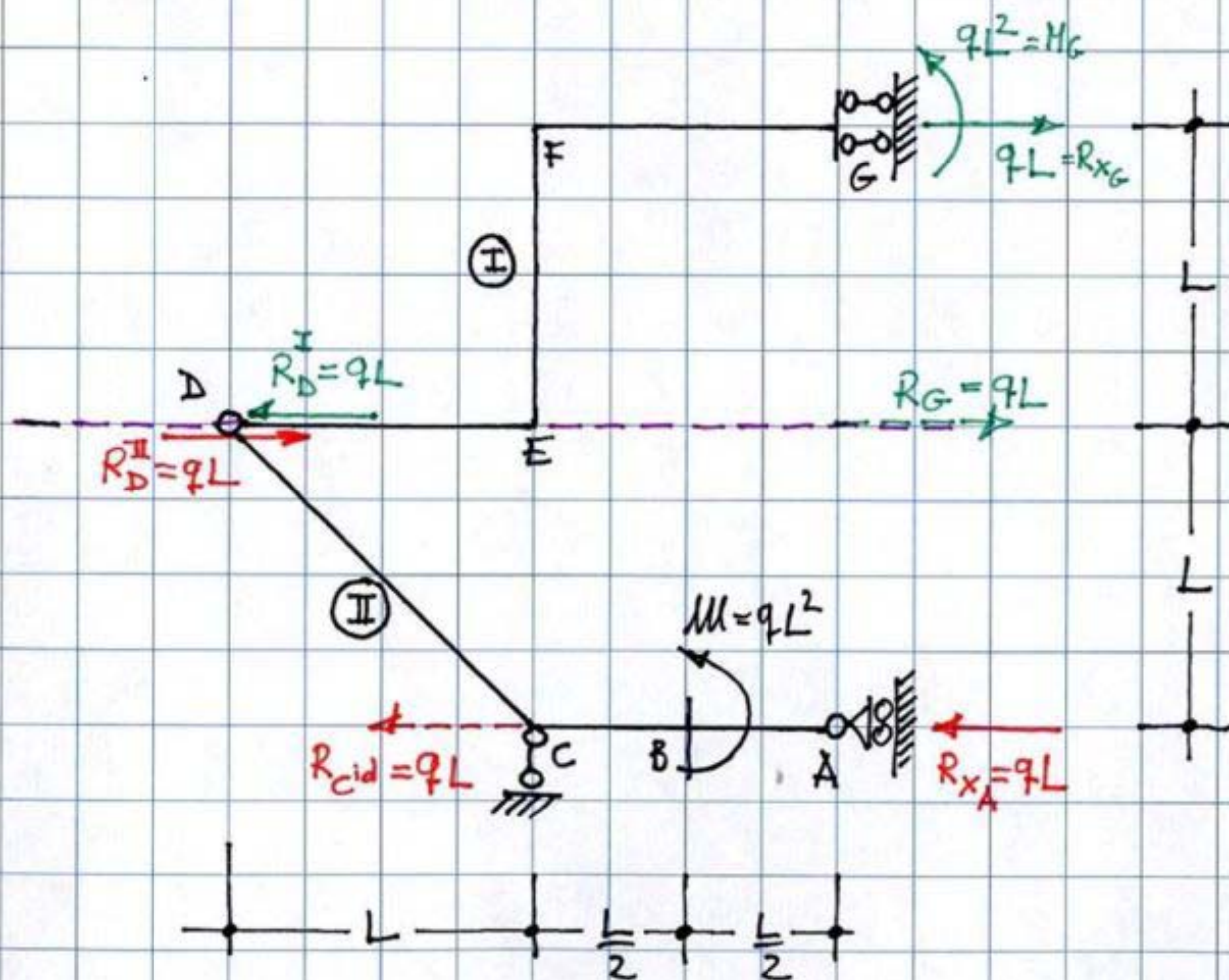


Le reazioni di D su I, cioè $R_{x_D}^{\text{I}}$ ed $R_{y_D}^{\text{I}}$ sono le opposte di quelle su calcolate!

RV- metodo grafico

1. Il sistema può essere visto come un "arco a tre cerniere", precisamente: bipendolo $G =$ cerniera all'infinito nella direzione degli assi dei pendoli (R_{oo}); cerniera interna D ; cerniera ideale in C equivalente a pendolo $C +$ carrello A .
2. Si procede alla soluzione grafica applicando il principio di sovrapposizione degli effetti considerando tre distinte condizioni di carico: #1 M in B ; #2 carico qL ; #3 carico $2qL$. Nell'analisi di ogni condizione di carico si trae vantaggio della presenza di una porzione di struttura scarica, ciò consente infatti di individuare caso per caso la retta d'azione della reazione vincolare della cerniera interna D .

CONDIZIONE DI CARICO #1: $M = qL^2$ applicato in B



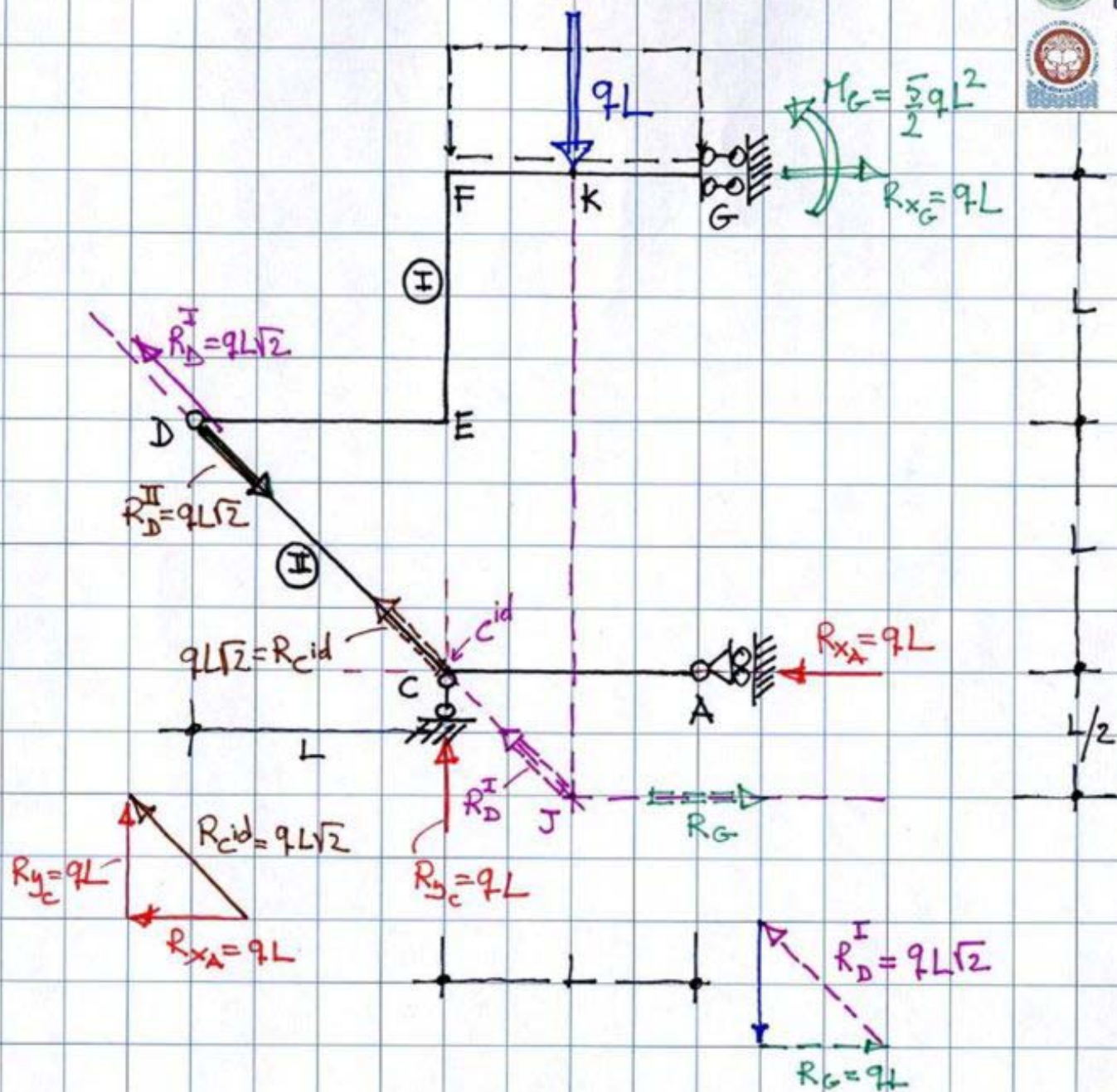
a) per l'equilibrio di I (scarica) la reazione della cerniera D su I , R_D^{I} , e la reazione del bipendolo G, R_G , devono avere la stessa retta d'azione, si deve poter risultare autoequilibrate (cioè aventi stessa retta d'azione, ugual modulo e verso opposto). La R_D^{I} ha cioè retta d'azione orizzontale (congiungente D con R_{co}). Modulo e verso di R_D^{I} ed R_G si determineranno solo dopo aver risolto II.

b) R_D^{II} (uguale e opposta a R_D^{I}) ha quindi anch'essa retta d'azione orizzontale, ciò consente di risolvere II caricato da $M = qL^2$ ed equilibrato dalle reazioni (di modulo pari a qL) della cerniera D, R_D^{II} , e della cerniera ideale in C, R_{id} . Tali reazioni infatti formano una coppia di modulo qL^2 opposta a M .

c) La reazione della cerniera ideale in C deve quindi essere scomposta nella direzione dell'asse del pendolo C e dell'asse del carrello A, essa ha solo componente in A in questo caso!

d) Nota R_D^{II} in modulo e verso risulta nota R_D^{I} e quindi R_G , quest'ultima per comodità è riportata in G applicando una coppia di trasporto $M_G = qL^2$.

CONDIZIONE DI CARICO #2 : carico qL in k

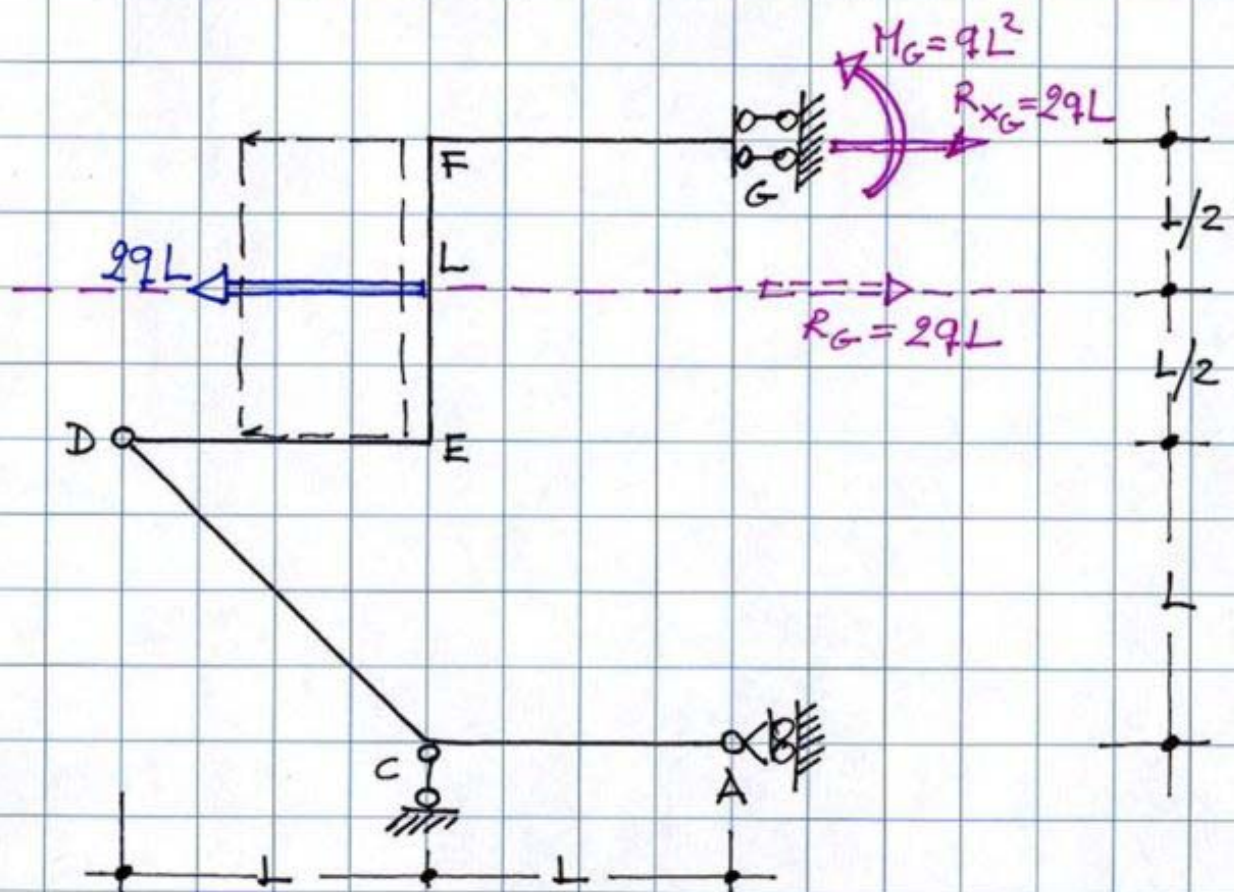


a) per l'equilibrio di \textcircled{II} (porzione scanica) la reazione della cerniera D su \textcircled{I} , R_D^{II} , e la reazione della cerniera ideale in C, $R_{c id}$, devono avere la stessa retta d'azione si da poter risultare autoequilibrate - La R_D^{II} ha cioè retta d'azione DC - Modulo e verso di tali reazioni si determineranno solo dopo aver risolto I.

b) R_D^I (uguale e opposta a R_D^{II}) ha quindi anch'essa retta d'azione DC, ciò consente di risolvere Σ caricato da qL in K ed equilibrato da R_D^I ed R_G . Quest'ultima è parallela all'asse dei pendoli e passante per J punto di intersezione delle rette d'azione di R_D^I e del carico qL , tale reazione è riportata in G applicando una coppia di trasporto $M_G = qL \times \frac{5}{2}L$.

c) Nota R_D^I , in modulo e verso, risulta nota R_D^{II} e quindi $R_{c^{id}}$, quest'ultima è scomposta nelle direzioni dell'asse del pendolo C e dell'asse del carrello A .

CONDIZIONE DI CARICO #3: carico $2qL$ in L

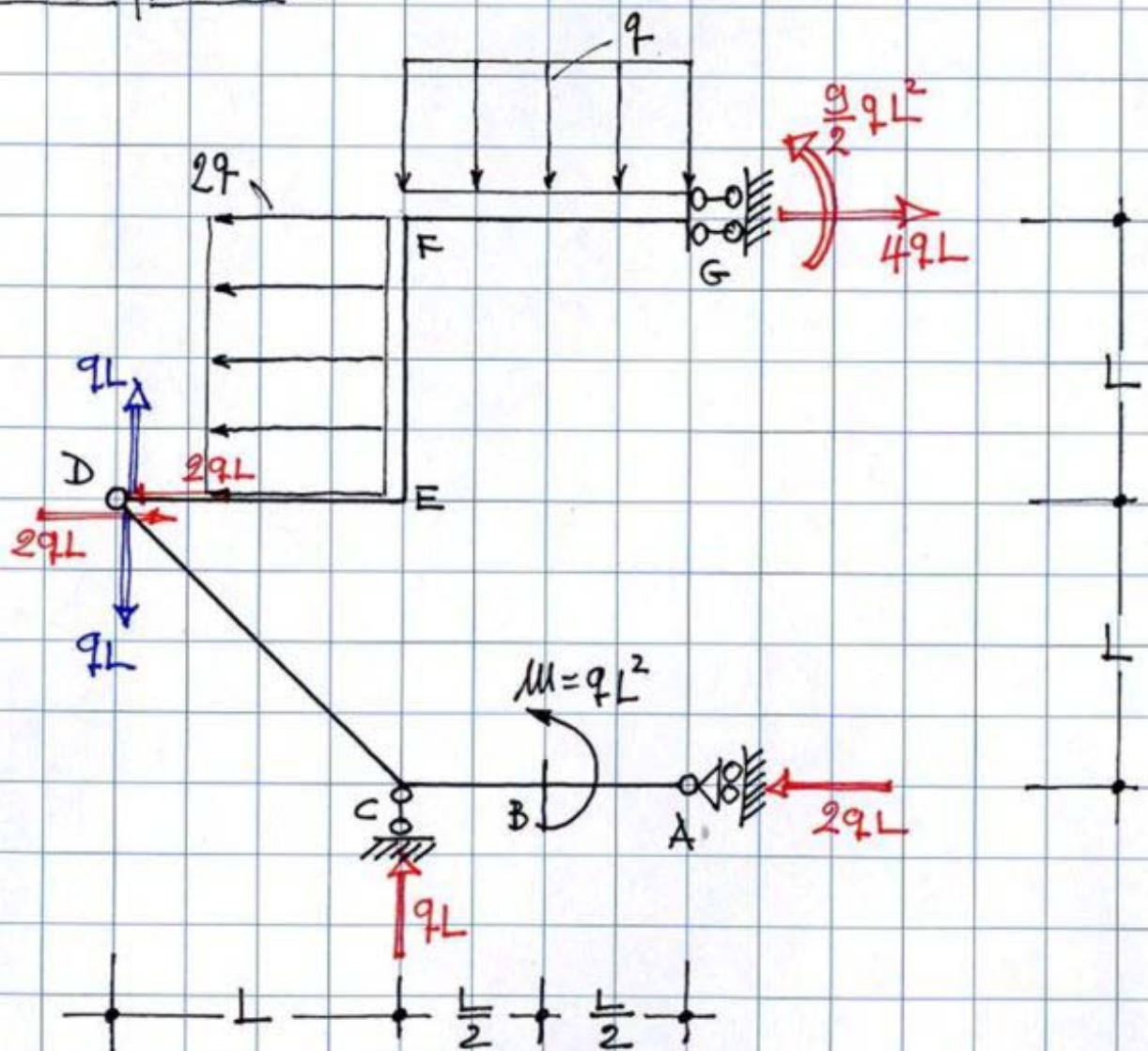


a) Vale l'osservazione a) della condizione di carico #2, R_D^{II} ed R_D^I hanno cioè retta d'azione DC.

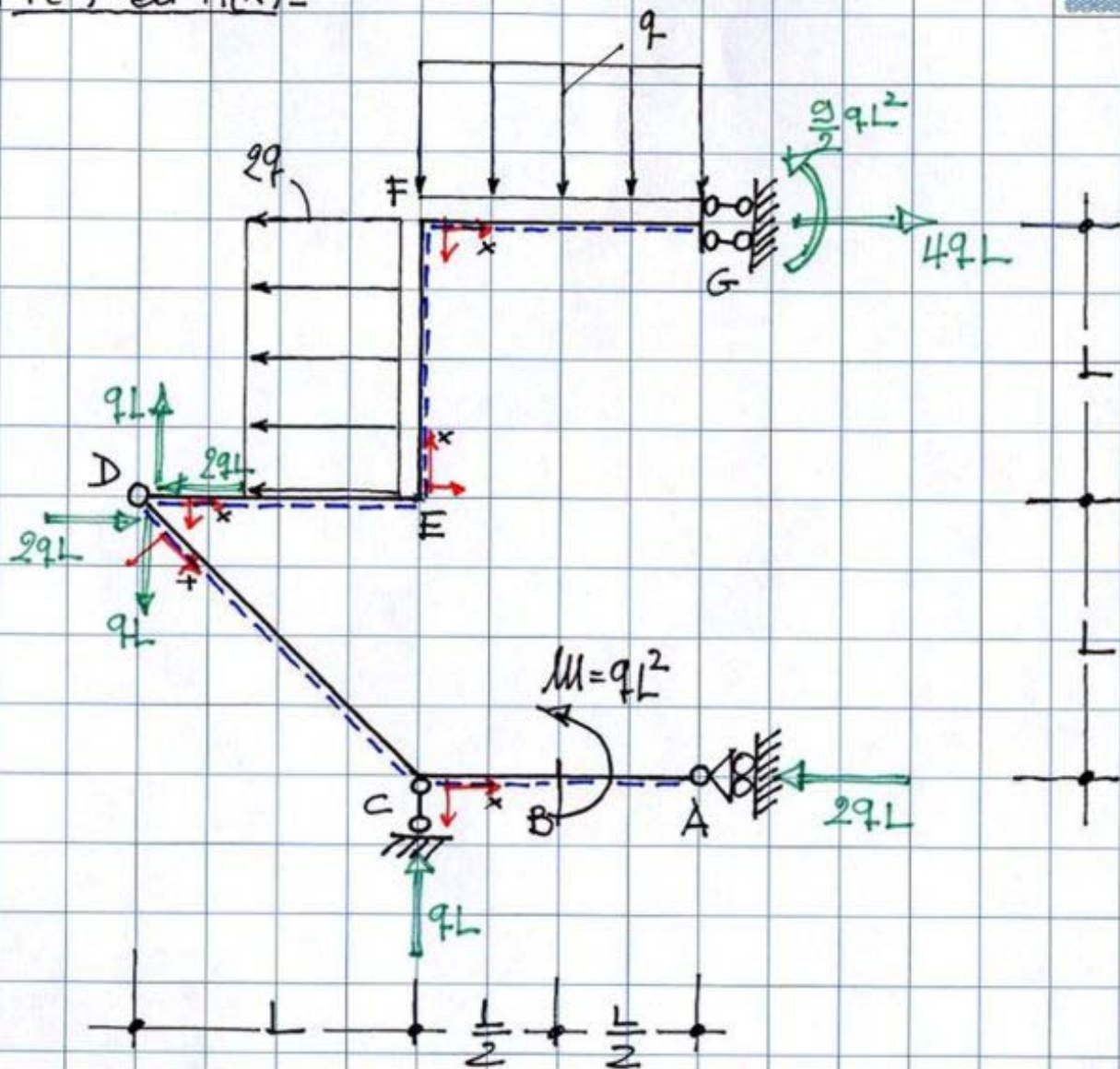
b) In questo caso l'equilibrio di I è garantito dalla sola reazione del bipendolo G avente retta d'azione parallela all'asse dei pendoli e passante per L. Tale reazione è poi trasferita in G per comodità attraverso l'applicazione di una coppia di trasporto $\Pi_G = 2qL \times \frac{L}{2} = R_D^I$ risulta quindi nulla e, di conseguenza, sono nulle anche R_D^II ed R_{cid} .

È facile verificare che, sovrapponendo gli effetti, le reazioni vincolari valutate per via grafica coincidono con quelle calcolate analiticamente.

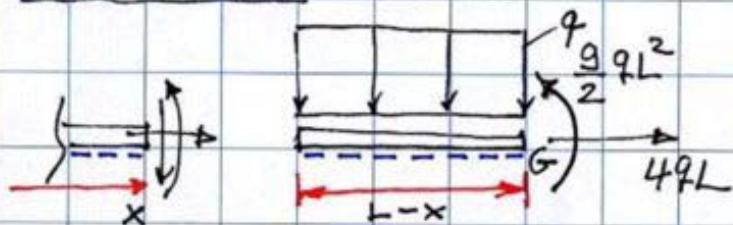
Si ha in definitiva:



• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE
CS - metodo della sezione ideale per il calcolo di
 $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$



TRATTO FG $0 \leq x \leq L$



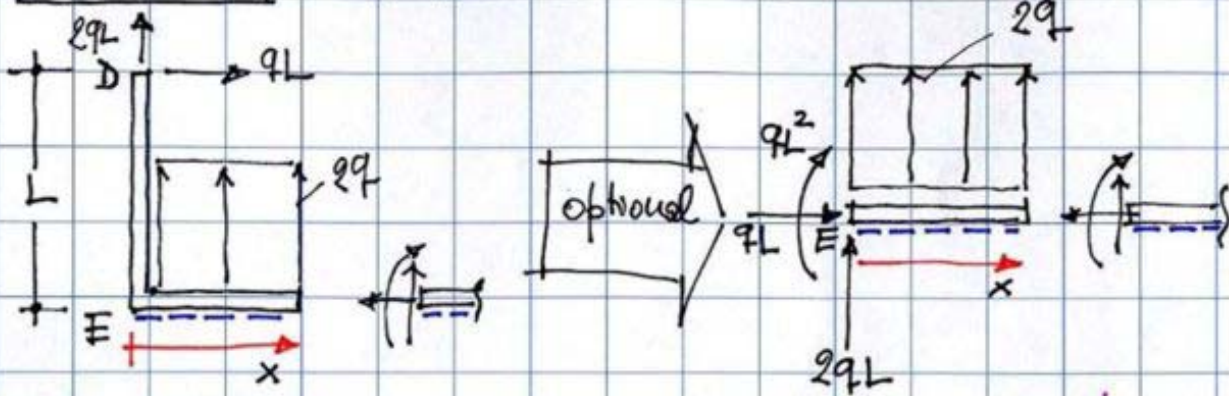
$$N(x) = 4qL; \quad T(x) = q(L-x)$$

$$M(x) = \frac{9}{2}qL^2 - q\frac{(L-x)^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_F = M(x)|_{x=0} &= 4qL^2 \\ M_G = M(x)|_{x=L} &= \frac{9}{2}qL^2 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} T_F = T(x)|_{x=0} &= qL \\ T_G = T(x)|_{x=L} &= 0 \end{aligned} \right.$$

TRATTO EF $0 \leq x \leq L$



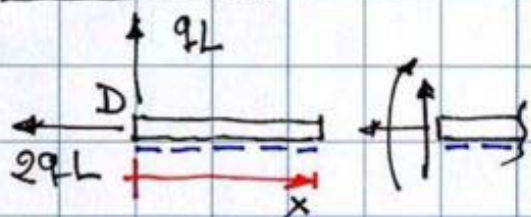
$$N(x) = -qL; \quad T(x) = 2qL + 2qx$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_E = T(x)|_{x=0} = 2qL \\ T_F = T(x)|_{x=L} = 4qL \end{array} \right.$$

$$M(x) = qL^2 + 2qLx + \frac{2qx^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_E = M(x)|_{x=0} = qL^2 \\ M_F = M(x)|_{x=L} = 4qL^2 \end{array} \right.$$

TRATTO DE $0 \leq x \leq L$

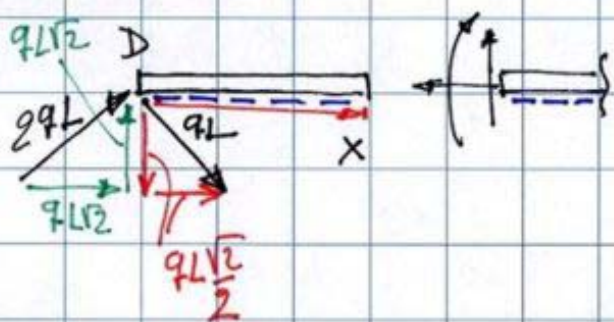


$$N(x) = 2qL; \quad T(x) = qL;$$

$$M(x) = qLx$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_D = M(x)|_{x=0} = 0 \\ M_E = M(x)|_{x=L} = qL^2 \end{array} \right.$$

TRATTO DC $0 \leq x \leq L\sqrt{2}$



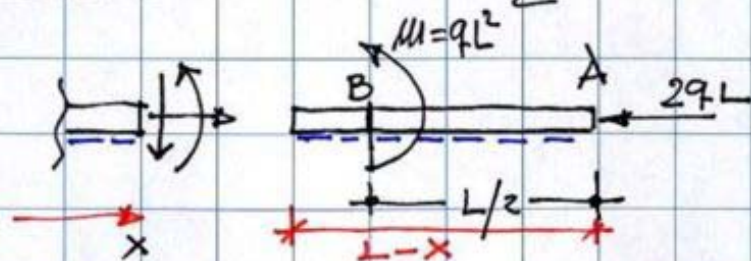
$$N(x) = -qL\sqrt{2} - \frac{qL\sqrt{2}}{2} = -\frac{3}{2}qL\sqrt{2}$$

$$T(x) = qL\sqrt{2} - \frac{qL\sqrt{2}}{2} = \frac{qL\sqrt{2}}{2}$$

$$M(x) = qL\sqrt{2}x - \frac{qL\sqrt{2}}{2}x = \frac{qL\sqrt{2}}{2}x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_D = M(x)|_{x=0} = 0 \\ M_C = M(x)|_{x=L\sqrt{2}} = qL^2 \end{array} \right.$$

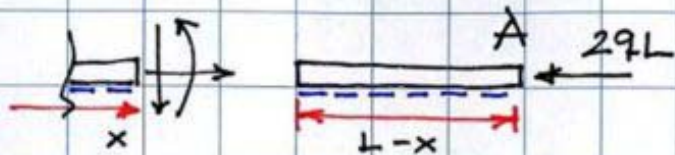
TRATTO CB $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$$N(x) = -2qL;$$

$$T(x) = 0; \quad M(x) = qL^2$$

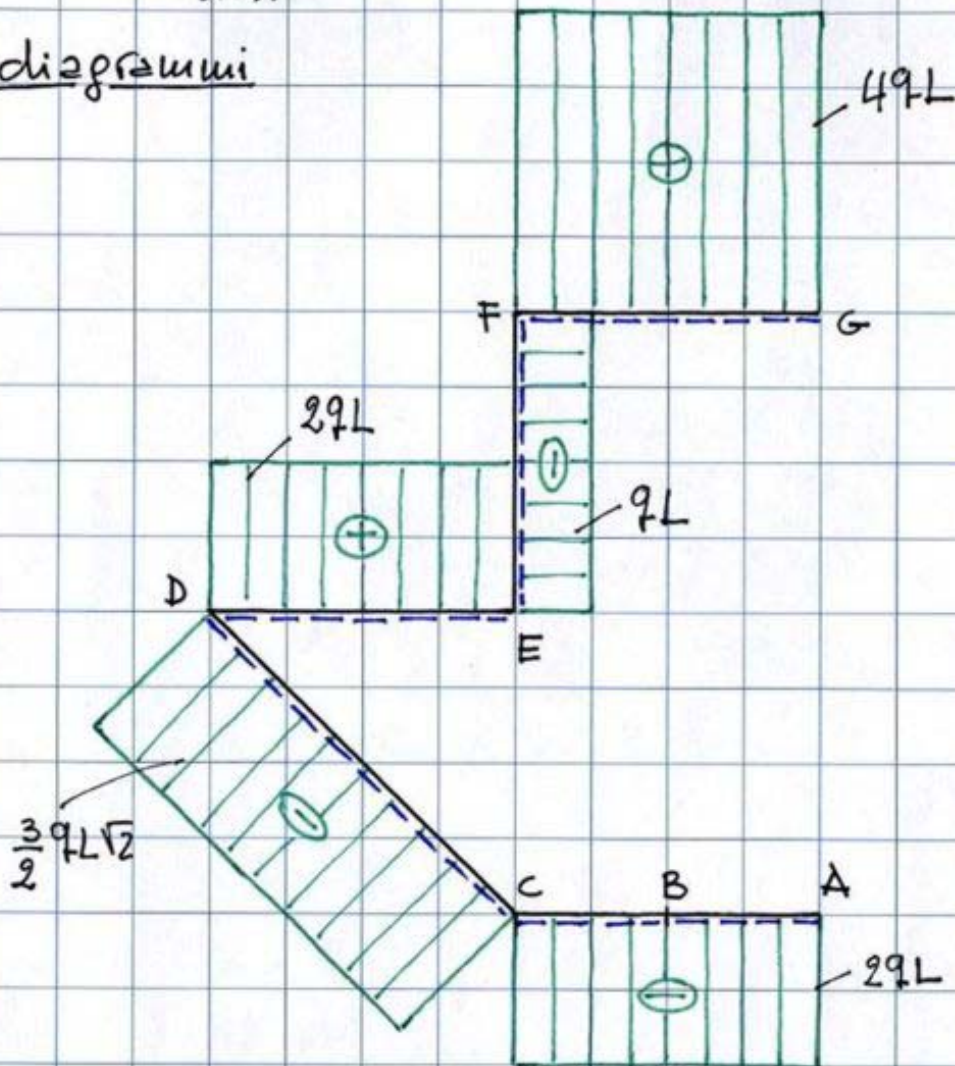
TRATTO BA $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



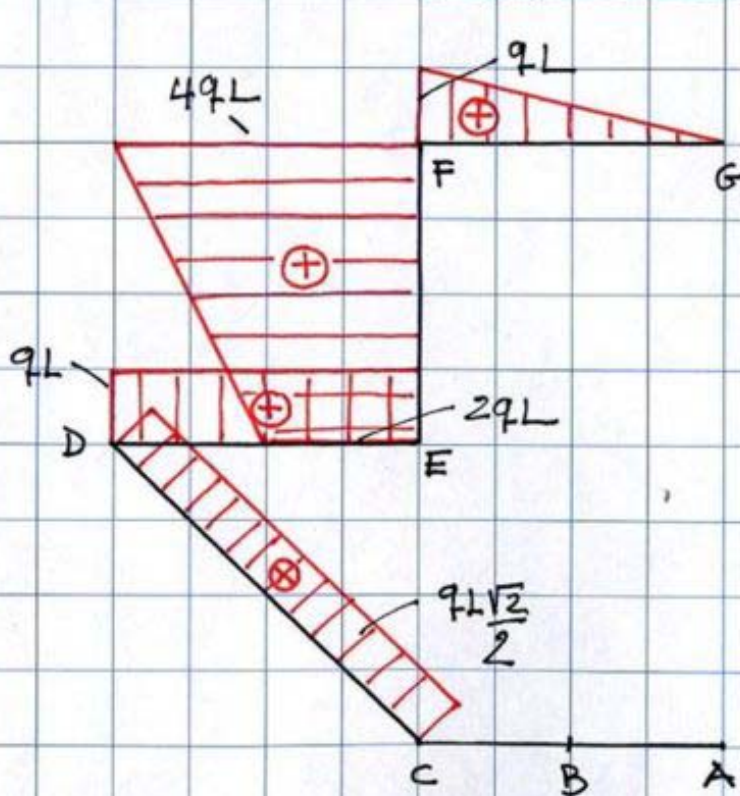
$$N(x) = -2qL;$$

$$T(x) = M(x) = 0.$$

CS - diagrammi



(N)



(T)

