

Università degli Studi "Mediterranea" di Reggio Calabria
Facoltà d'Ingegneria - Meccanica Razionale
A.A. 2004/2005 - Appello dell'11/04/2006

Esercizio

In un piano verticale Oxy , ruotante uniformemente con velocità angolare costante ω attorno all'asse verticale Oy , un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo avente centro C , raggio R e massa M . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse orizzontale Ox . Sul sistema agiscono:

I°) una molla elastica di costante positiva h applicata in C e centro un punto fisso H situato sul semiasse verticale positivo Oy a distanza $4R$ dall'origine O ;

II°) una forza costante \underline{F} applicata in un punto P del bordo del disco di direzione ortogonale al disco e verso concorde al terzo asse Oz ;

III°) una coppia di forze di momento $\underline{N} = OC \times (M\omega^2 R \underline{j})$, essendo \underline{j} il versore dell'asse verticale Oy . Determinare:

Parte A)

i) l'equazione pura del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari agenti sul disco all'istante iniziale, quando questo è in quiete, con il punto P situato sull'asse verticale Oy mentre il disco giacente nel primo quadrante del piano Oxy ;

Parte B)

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema, studiandone la stabilità;

iv) le reazioni vincolari agenti sul disco in una posizione d'equilibrio stabile del sistema materiale.

[Parte A) 11 punti, parte B) 12 punti]

Quesiti

1) Dato un sistema di vettori applicati piani con risultante uguale a zero, dire se il sistema è riducibile a:

i) zero

ii) un vettore applicato

iii) una coppia

iv) un vettore e una coppia

2) Data una circonferenza omogenea di raggio R , dire quanti assi centrali d'inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto qualsiasi interno ad essa:

i) nessuno

ii) uno

iii) due

iv) tre

3) Data un'asta omogenea vincolata con gli estremi a traslare lungo due guide rettilinee fiscie r e s , indicare il minimo numero di componenti atti a realizzare i vincoli stessi:

i) tre

ii) quattro

iii) cinque

iv) sei

4) Data un'asta rigida avente densità di massa variabile indicare il numero minimo d'integrali necessari per calcolarne la massa, il baricentro e la matrice centrale d'inerzia:

i) due

ii) tre

iii) quattro

iv) cinque

[Ogni risposta esatta 2 punti]

Università degli Studi “Mediterranea” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – Meccanica Razionale
A.A. 2005/2006 - Appello del 04/07/2006

Esercizio

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo, di centro Q, raggio R e massa $2m$, e da un’asta materiale AB omogenea, di lunghezza $2R$ e massa m . Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare lungo l’asse orizzontale Ox, mentre l’asta è vincolata nel proprio punto medio C a traslare sull’asse verticale Oy mantenendosi parallela all’asse Ox. Sul sistema agiscono:

I°) una molla elastica di costante positiva k , collegante il punto medio C dell’asta al centro Q del disco;

II°) una coppia di forze agente sul disco di momento $\mathbf{M} = CH \times m\mathbf{g}$, essendo H il punto di contatto tra disco e guida e \mathbf{g} , il vettore accelerazione di gravità.

A) Supponendo i vincoli perfetti ed il piano Oxy ruotante uniformemente attorno all’asse verticale Oy con velocità angolare costante ω , determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale, quando il sistema si trova in quiete, con l’asta disposta sull’asse orizzontale Ox, mentre il disco situato con il centro Q a distanza $2R$ dall’asse Oy.

B) Alternativamente, supponendo il piano Oxy fisso ed il vincolo in C scabro, e che nell’estremo B dell’asta agisca una forza costante \mathbf{F} di direzione e verso parallela e concorde all’asse orizzontale Ox, determinare:

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale;

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema materiale, in una posizione d’equilibrio del sistema.

[Parte A) 13 punti, parte B) 13 punti]

Quesiti

1. In un piano verticale Oxy, ruotante uniformemente con velocità angolare costante attorno all’asse verticale Oy, si consideri una lamina materiale quadrata omogenea vincolata con un suo lato a traslare lungo l’asse orizzontale Ox; dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

i) zero

ii) un vettore

iii) due vettori

iv) tre vettori

2. Dato un disco materiale avente centro O raggio R e massa m , vincolato a rotolare senza strisciare lungo un’asse orizzontale Ox, con H punto di contatto, indicare la formula ottimale da usare per calcolare l’energia cinetica (essendo G il baricentro):

i) $2^{-1} m\mathbf{v}_G^2 + 2^{-1} I_{Gz} \omega^2$

ii) $2^{-1} m\mathbf{v}_G^2$

iii) $2^{-1} I_{Hz} \omega^2$

iv) $m\mathbf{v}_G$

3. Dato un disco materiale avente densità di massa variabile radialmente con legge lineare, indicare il numero minimo d’integrali necessari per determinare la massa, il baricentro, e la matrice centrale d’inerzia:

i) due

ii) tre

iii) quattro

iv) cinque

4. In un piano fisso tre punti materiali si muovono di moto rigido. Indicare il numero dei gradi di libertà:

i) due

ii) tre

iii) quattro

iv) cinque

[Ogni risposta esatta due punti]

Esercizio

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un’asta AB omogenea di lunghezza 2R e massa m. L’asta è vincolata nel proprio baricentro a scorrere lungo una guida circolare avente, centro O e raggio 4R. Sul sistema agiscono:

I°) una molla elastica di costante k positiva, collegante il vertice superiore H della guida al baricentro G dell’asta;

II°) una coppia di forze di momento $\mathbf{M} = 4mg \times \mathbf{OG}$, essendo \mathbf{g} il vettore accelerazione di gravità.

A) Supponendo il piano Oxy fisso ed il vincolo in G scabro determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari all’istante iniziale agenti sull’asta, quando questa si trova in quiete, disposta sul semiasse positivo orizzontale Ox.

B) Alternativamente, supponendo i vincoli perfetti ed il piano Oxy ruotante uniformemente attorno all’asse verticale Oy con velocità angolare costante ω e fissando i valori $k = (3mg)/R$, ed $\omega^2 = (3g)/R$ (g accelerazione di gravità) determinare:

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità;

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d’equilibrio stabile del sistema materiale.

[Parte A) 13 punti, parte B) 13 punti]

Quesiti

1. In un piano verticale Oxy ruotante uniformemente con velocità angolare costante ω attorno all’asse verticale Oy, si consideri un’asta AB omogenea di lunghezza 2R e massa m. L’asta è vincolata nel proprio baricentro a scorrere lungo una guida circolare avente centro O e raggio 4R mantenendosi verticalmente nel piano Oxy, dire se il sistema di forze assifughe agenti sull’asta è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore iii) una coppia iv) un vettore e una coppia

2. In un piano verticale Oxy si consideri un disco omogeneo vincolato a rotolare senza strisciare sull’asse orizzontale Ox, dire quanti assi centrali sono anche assi principali rispetto all’origine O degli assi:

- i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3. Dato un punto vincolato a muoversi sulla superficie laterale di un cilindro, individuare l’equazione pura del moto (EDP = Equazione della Dinamica del Punto):

- i) l’EDP ii) la legge di Coulomb-Morin
iii) l’EDP proiettata sul piano tangente alla superficie nel punto
iv) l’EDP proiettata sulla retta ortogonale alla superficie nel punto

4. Nello studio della stabilità, una posizione d’equilibrio è detta stabile se il potenziale ha la matrice Hessiana:

- i) con tutti gli autovalori negativi ii) con il determinante negativo
iii) con tutti gli autovalori positivi iv) con il determinante positivo

[Ogni risposta esatta 2 punti]

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – Esame di **Meccanica Razionale**
A.A. 2005/2006 - Appello del 14/09/2006

Esercizio

In un piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo avente centro O , raggio R e massa $2m$, e da un’asta omogenea AB di lunghezza R e massa m . Il disco è vincolato nel proprio centro O a ruotare attorno al terzo asse Oz ; l’asta è incernierata nell’estremo A in un punto del bordo del disco, mentre l’estremo B è vincolato a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox . Sul sistema agiscono:

I[^]) una forza elastica di costante positiva $k/2$ applicata nell’estremo B dell’asta ed avente centro un punto fisso H situato sul semiasse positivo orizzontale Ox distante $4R$ dall’origine O ;

II[^]) una coppia di forze agente sul disco di momento $\underline{M} = mg\mathbf{i} \times A'A$, essendo: g il modulo del vettore accelerazione di gravità, \mathbf{i} il versore dell’asse orizzontale Ox ed A' la proiezione del punto A sull’asse Ox .

A) Supponendo il vincolo in B scabro ed il piano Oxy ruotante uniformemente con velocità angolare costante ω attorno all’asse verticale Oy determinare:

i) l’equazione pura del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale quando è in quiete, con il punto A situato sul semiasse positivo verticale Oy .

B) Alternativamente supponendo i vincoli perfetti ed il piano Oxy fisso e fissando il valore $k = (mg)/(4R)$, determinare:

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema studiandone la stabilità;

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d’equilibrio stabile sistema.

[Parte A) 14 punti, parte B) 11 punti]

Quesiti

1. Data un’asta omogenea ruotante uniformemente attorno ad una retta ortogonale al suo punto medio, dire se il sistema di forze assifughe agenti sull’asta è riducibile a:

i) zero

ii) un vettore applicato

iii) una coppia

iv) un vettore ed una coppia

2. Dato un cilindro omogeneo, dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto di una circonferenza di base:

i) nessuno

ii) uno

iii) due

iv) tre

3. Dato un punto vincolato a muoversi sulla superficie di una sfera, dire quali sono le equazioni pure del moto (EDP = Equazione della Dinamica del Punto):

i) l’EDP

ii) l’EDP proiettata sul piano tangente alla superficie nel punto

iii) l’EDP proiettata sulla retta ortogonale alla superficie nel punto

iv) la legge di Coulomb-Morin

4. Nello studio della stabilità, una posizione d’equilibrio è detta stabile se il potenziale ha in essa:

i) il determinante Hessiano positivo

ii) il determinante Hessiano negativo

iii) un punto di massimo

iv) un punto di minimo

[Ogni risposta esatta due punti]

Università degli Studi “Mediterranea” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria - **Meccanica Razionale**
A.A. 2005/2006 Appello Straordinario del 07/11/2006

Esercizio

In un piano verticale Oxy fisso, un sistema materiale è costituito da due punti materiali P e Q di masse rispettivamente $2m$ ed m . I due punti materiali sono vincolati a scorrere su una circonferenza di centro O e raggio R. Sul sistema agiscono:

I°) una molla elastica di costante positiva k collegante i due punti materiali;

II°) una forza \underline{F} applicata in P data da $\underline{F} = -2mg(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{n})\mathbf{t} + 2mg(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{t})\mathbf{n}$ essendo: g il modulo del vettore accelerazione di gravità, \mathbf{e}_1 il versore dell’asse orizzontale Ox, mentre \mathbf{t} e \mathbf{n} i versori della tangente e della normale alla circonferenza nel punto P orientati \mathbf{t} in verso antiorario ed \mathbf{n} verso il centro O;

III°) una forza repulsiva $\underline{G} = kOP$ agente sul punto P.

A) supponendo i vincoli perfetti determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale, quando il sistema è in quiete, con i punti materiali giacenti sul semiasse orizzontale positivo Ox.

B) Alternativamente, supponendo il vincolo in P scabro e fissando i valori $k = (mg)/R$ ed $f_s = 3^{-1/2}$ (f_s coefficiente di attrito statico), determinare:

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale;

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d’equilibrio da voi scelta.

Quesiti

1. Dato un sistema di vettori applicati paralleli con risultante uguale a zero, dire se il sistema è riducibile a:

i) zero

ii) un vettore applicato al centro

iii) una coppia

iv) un vettore ed una coppia

2. Data una circonferenza omogenea, dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto qualsiasi del piano della circonferenza, ma esterno ad essa:

i) nessuno

ii) uno

iii) due

iv) tre

3. Data una lamina rigida piana vincolata a muoversi con un asse scorrevole liscio, individuare la (o le) equazioni pure del moto (EC = Equazione Cardinale):

i) le due EC

ii) la 1^a EC proiettata sull’asse

iii) la 2^a EC

iv) l’equazione del momento assiale e la 1^a EC proiettata sull’asse

4. Nello studio della stabilità di un sistema olonomo a due gradi di libertà, soggetto a vincoli perfetti e bilaterali, dire quante condizioni occorre verificare affinché una posizione d’equilibrio del sistema sia stabile:

i) due

ii) tre

iii) quattro

iv) una

[Ogni risposta esatta due punti]

Esercizio

In un piano verticale Oxy fisso, un sistema materiale è costituito da due aste rispettivamente, AB omogenea di lunghezza $2R$ e massa $2m$ e CD di lunghezza R ed avente densità di massa nel suo generico punto P data da $\mu(P) = 2mR^{-2}|CP|$. L’asta AB è incernierata nel proprio baricentro nell’origine O degli assi, mentre l’asta CD è vincolata nel proprio punto medio H a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox mantenendosi verticalmente nel piano Oxy. Sul sistema agiscono:

I[^]) due molle elastiche di costanti positive h e k colleganti rispettivamente la prima, l’estremo B dell’asta AB al punto medio H dell’asta CD la seconda, il baricentro dell’asta CD ad un punto fisso Q situato sul semiasse orizzontale positivo Ox a distanza $3R$ da O ;

II[^]) una coppia di forze agente sull’asta AB di momento \mathbf{M} dato da $\mathbf{M} = AB \times h \mathbf{Ri}$ essendo \mathbf{i} il versore dell’asse orizzontale Ox .

A) Supponendo il vincolo in H scabro determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) la reazione vincolare in H all’istante iniziale, quando il sistema è situato con l’asta AB disposta verticalmente con l’estremo B giacente dalla parte del semiasse verticale positivo Oy ed avente velocità $\mathbf{v}_B = u_0 \mathbf{i}$ con $u_0 < 0$ mentre l’asta CD situata con il punto medio H coincidente con Q ed avente velocità traslazionale $\mathbf{v}_H = w_0 \mathbf{i}$ con $w_0 > 0$.

B) Alternativamente, supponendo i vincoli perfetti e ponendo $h = k$ determinare:

iii) l’integrale primo dell’energia meccanica fissando le condizioni iniziali indicate nel punto ii);

iv) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema studiandone la stabilità;

v) la reazione vincolare in O in una posizione d’equilibrio stabile del sistema materiale.

Quesiti

1. Dato un cerchio omogeneo ruotante uniformemente attorno ad un suo diametro, dire se il sistema di forze assifughe agenti sul cerchio è riducibile a:

i) zero ii) un vettore applicato iii) una coppia iv) due vettori applicati

2. In un piano Oxy si consideri una lamina quadrata omogenea di lato L , dire quanti assi centrali sono anche assi principali rispetto ad un punto P del piano distante $4L$ da un suo lato:

i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3. In un piano verticale Oxy si consideri un’asta AB omogenea vincolata con il proprio baricentro a traslare lungo l’asse orizzontale Ox mantenendosi verticalmente nel piano Oxy, indicare il massimo numero di componenti delle reazioni vincolari con cui realizzare i vincoli stessi affinché il sistema d’equazioni atti a determinare il moto del sistema sia dinamicamente determinato:

i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

4. Dato un corpo rigido vincolato ad un asse scorrevole liscio r , individuare le equazioni pure del moto (EC = equazione cardinale):

i) le due EC ii) la 1[^]EC proiettata sull’asse
iii) la 2[^]EC iv) le due EC proiettate sull’asse

[Ogni risposta esatta due punti]

Esercizio

In un piano orizzontale Oxy ruotante uniformemente con velocità angolare costante ω attorno al terzo asse verticale Oz, un sistema materiale è costituito da due punti materiali P e Q, di massa m ed M rispettivamente. Il punto P è vincolato a scorrere con attrito sull’asse Ox, mentre Q si muove liberamente, ma sempre con attrito, su tutto il piano Oxy. I due punti sono collegati da una molla elastica di costante positiva h.

Determinare:

- i) le equazioni pure del moto dei punti P e Q;
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale, quando i due punti sono situati, rispettivamente, P sul semiasse positivo Ox a distanza R da O con velocità $\mathbf{v}_P = u_0 \mathbf{i}$, essendo $u_0 < 0$ ed \mathbf{i} il versore dell’asse Ox, e Q sul semiasse positivo Oy a distanza 2R da O con velocità $\mathbf{v}_Q = w_0 \mathbf{i}$ con $w_0 > 0$;
- iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale, supponendo che i due punti abbiano la stessa massa $m = M$ e le costanti introdotte siano legate dalle seguenti relazioni: $mg = m\omega^2 R = hR$, essendo g l’accelerazione di gravità;
- iv) le reazioni vincolari agenti sui punti in una posizione d’equilibrio da voi scelta.

[Rispondere alle domande dell’esercizio in ordine crescente dalla i) alla iv)]

Quesiti

1. In un piano Oxy si consideri una lamina quadrata omogenea ABCD vincolata nei vertici A e B a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox. Supponendo che il piano Oxy trasli con accelerazione costante \mathbf{k} lungo la direzione dell’asse Ox, dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) zero ii) un vettore iii) una coppia iv) un vettore ed una coppia

2. Si consideri un anello, di centro O e raggio R, avente densità di massa nel generico punto P proporzionale al valore assoluto della propria ascissa curvilinea. Dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche assi principali rispetto al centro O:

- i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3. Dato un corpo rigido omogeneo vincolato per due punti A e B a due guide rettilinee r ed s, dire quale formula ottimale usereste per il calcolo dell’energia cinetica ($m =$ massa, $G =$ baricentro):

- i) $2^{-1} m \mathbf{v}_G^2$ ii) $\sum 2^{-1} m_i \mathbf{v}_i^2$ iii) $2^{-1} m \mathbf{v}_G^2 + 2^{-1} I_{[A,B]} \omega^2$ iv) $2^{-1} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$

4. Dato un punto materiale P vincolato ad un piano π , dire come si ricavano le equazioni pure del moto (EDP = equazione della dinamica del punto, ESP = equazione della statica del punto):

- i) dalla EDP proiettata sul piano ii) dalla legge di Coulomb-Morin
iii) dalla terza legge di Newton iv) dalla ESP proiettata lungo la normale al piano

[Ogni risposta esatta due punti]

Università degli Studi “Mediterranea” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria - **Meccanica Razionale**
A.A. 2006/2007 - Appello del 19/07/2007

Esercizio

Un sistema materiale è costituito da una lamina rettangolare OABC di lato maggiore $|OA| = 2R$ e lato minore $|OC| = R$, avente densità di massa nel suo generico punto P data da $\mu(P) = m |P'P| / R^3$, essendo P' la proiezione di P sul lato minore OC. La lamina è vincolata nei vertici O e C ad un asse fisso liscio verticale Oy. Sul sistema agiscono:

I[^]) Una molla elastica di costante positiva h collegante il vertice A ad un punto fisso H situato sull'asse orizzontale Ox a distanza 4R da O;

II[^]) una coppia di forze di momento $\mathbf{M} = 4h (\mathbf{OA} \times \boldsymbol{\alpha})$, essendo $\boldsymbol{\alpha}$ un vettore costante di lunghezza R e di direzione e verso quelli del versore \mathbf{k} del terzo asse Oz.

Determinare:

i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale, quando la lamina è disposta con il lato OA sul semiasse orizzontale positivo Ox e con il vertice A avente velocità $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{k}$, dove $u_0 < 0$;

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità;

iv) la reazione vincolare in C in una posizione d'equilibrio stabile del sistema materiale.

Quesiti

1. Data un segmento omogeneo BC, con gli estremi vincolati senza attrito a scorrere lungo un'ellisse fissa, dire quante componenti hanno le reazioni vincolari:

i) uno ii) due iii) tre iv) quattro

2. Dato un cubo vincolato a ruotare senza attrito attorno ad un suo spigolo fisso, dire quanti gradi di libertà possiede:

i) uno ii) due iii) tre iv) quattro

3. Data una circonferenza omogenea con un punto fisso liscio, dire come si ricavano le equazioni pure del moto (ECD = Equazione Cardinale della Dinamica):

i) dalla legge di Coulomb-Morin ii) dalla 1^a ECD
iii) dalle due ECD iv) dalla 2^a ECD

4. Data un cilindro retto omogeneo, dire quanti assi principali d'inerzia si conoscono a priori per un punto qualsiasi dello spazio esterno al cilindro stesso:

i) uno ii) due iii) tre iv) quattro

[Ogni risposta esatta due punti]

Università Degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria - **Meccanica Razionale** -
A.A. 2006/2007 - Appello del 18/09/2007

Esercizio

Un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo avente centro C raggio R e massa 2m, e da un punto materiale P di massa m. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull’asse orizzontale Ox del piano verticale Oxy mentre il punto materiale è vincolato a scorrere con attrito sul terzo asse Oz ortogonale al piano Oxy. Sul sistema agiscono:

I^) Una molla elastica di costante positiva h collegante il punto materiale P ad un punto Q del bordo del disco;

II^) una coppia di forze agente sul disco di momento dato da $\mathbf{M} = OH \times (\mathbf{m}\mathbf{g} + h\mathbf{CQ})$ essendo \mathbf{g} il vettore accelerazione di gravità, ed H il punto di contatto tra disco e guida.

Determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari all’istante iniziale agenti sul sistema, quando questo è situato, con il punto P nell’origine O della terna Oxyz ed avente velocità $\mathbf{v}_P = u_0\mathbf{k}$ essendo $u_0 > 0$ e \mathbf{k} il versore dell’asse Oz, mentre il disco giacente con il centro C sull’asse verticale Oy ed avente velocità $\mathbf{v}_C = w_0\mathbf{i}$ essendo $w_0 > 0$ e \mathbf{i} il versore dell’asse Ox;

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale;

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d’equilibrio da voi scelta.

Quesiti

1. Data una lamina quadrata vincolata con un punto fisso e liscio a muoversi in un piano verticale Oxy, indicare il massimo numero di componenti delle reazioni vincolari atti a realizzare i vincoli stessi:

i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

2. Data un’asta AB vincolata a muoversi con un estremo su una parabola fissa, dire quanti gradi di libertà possiede:

i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

3. Data una sfera vincolata al proprio asse scorrevole verticale r, dire qual è la formula ottimale che usereste per calcolare la relativa energia cinetica:

i) $1/2Mv_r^2 + 1/2I_r \omega^2$ ii) $1/2Mv_r^2$ iii) il teorema di Konig iv) $1/2 \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$

4. Data una lamina rigida piana vincolata a muoversi con un asse scorrevole liscio, individuare la (o le) equazioni pure del moto (EC = Equazione Cardinale)

i) le due EC ii) la 1^a EC proiettata sull’asse
iii) la 2^a EC iv) l’equazione del momento assiale e la 1^a EC proiettata sull’asse.

[Ogni risposta esatta due punti]

Esercizio

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un'asta AB di lunghezza 2L ed avente densità di massa μ nel generico punto P data da $\mu(P) = (m/L^2) |AP|$, e da un punto materiale Q di massa m saldato nell'estremo B dell'asta. Il punto medio C dell'asta AB è vincolato a scorrere lungo l'asse orizzontale Ox. Sul sistema agiscono:

I[^]) una molla elastica di costante positiva h, collegante il baricentro G del sistema materiale con l'origine O degli assi;

II[^]) una coppia di forze di momento \mathbf{M} , pari a $\mathbf{M} = h(\mathbf{CB}' \times \mathbf{B}'\mathbf{B})$ essendo \mathbf{B}' , la proiezione dell'estremo B dell'asta AB sull'asse orizzontale Ox.

Supponendo i vincoli perfetti ed il piano Oxy fisso, determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale;

ii) le reazioni vincolari all'istante iniziale agenti sul sistema, quando l'asta AB giace: con l'estremo B sul semiasse orizzontale positivo dell'asse Ox, ed avente velocità $\mathbf{v}_B = u_0 \mathbf{j}$ essendo $u_0 > 0$ e \mathbf{j} il versore dell'asse verticale Oy, mentre il punto medio C è situato nell'origine O degli assi con velocità nulla;

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema (supponendo che le costanti siano legate dalla relazione $(135\sqrt{2})mg = 56hL$, essendo g il modulo del vettore accelerazione di gravità), studiandone la stabilità;

iv) la reazione vincolare agente nel punto C in una posizione d'equilibrio stabile del sistema.

Quesiti

1. In un piano verticale Oxy ruotante uniformemente con velocità angolare costante $\underline{\omega}$ attorno all'asse verticale Oy, si consideri un disco omogeneo avente centro O raggio R e massa M vincolato nel proprio centro fisso O a ruotare attorno al terzo asse Oz. Dire se il sistema di forze apparenti agenti sul sistema è riducibile a:

i) zero ii) un vettore iii) una coppia iv) un vettore e una coppia

2. In un piano verticale Oxy si consideri un disco omogeneo vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse orizzontale Ox, dire quanti assi centrali sono anche assi principali rispetto all'origine O degli assi:

i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3. Dato un disco materiale avente densità di massa variabile radialmente con legge lineare, indicare il numero minimo d'integrali necessari per determinare la massa, il baricentro, e la matrice centrale d'inerzia:

i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

4. Data un'asta rigida vincolata con il proprio baricentro G a traslare lungo un asse r, indicare la formula ottimale che usereste per calcolarne l'energia cinetica:

i) $2^{-1} m v_G^2 + 2^{-1} \underline{\omega} (\sigma_G \underline{\omega})$ ii) $2^{-1} m v_G^2$ iii) $2^{-1} \sum_i m_i v_i^2$ iv) $2^{-1} \underline{\omega} (\sigma_G \underline{\omega})$

[Ogni risposta esatta due punti]

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria - **Meccanica Razionale**
A.A. 2006/2007 - Appello dell’8/01/2008

Esercizio

Un sistema materiale è costituito da una lamina rettangolare OABC omogenea, di massa M e lati $|OA| = 2L$ e $|OC| = L$, e da un punto P di massa m . La lamina è vincolata nei vertici O e C ad un asse verticale fisso liscio Oz , mentre il punto è vincolato a scorrere con attrito lungo l’asse orizzontale Ox . Sul sistema agiscono:

- a) una molla elastica, di costante h positiva, collegante il vertice A al punto P ;
- b) una coppia di forze di momento $\mathbf{N} = h(\mathbf{OA}' \times \mathbf{OA})$, essendo A' la proiezione di A su Ox .

Supponendo che la terna $Oxyz$ trasli con accelerazione costante d in direzione del semiasse positivo di Oy , determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale;
- ii) le reazioni vincolari agenti in P e C all’istante iniziale, quando la lamina sia disposta lungo il semiasse orizzontale positivo di Ox , con il vertice A avente velocità $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{j}$, ed il punto P sia a distanza $3L$ da O , con velocità $\mathbf{v}_P = u_P \mathbf{i}$, dove $u_0 > 0$, $u_P > 0$ ed \mathbf{i} e \mathbf{j} sono i versori degli assi Ox ed Oy , rispettivamente.

Inoltre, supponendo il sistema di riferimento fisso, calcolare:

- iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale;
- iv) tutte le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione d’equilibrio del sistema materiale da voi scelta.

Quesiti (Ogni risposta esatta vale due punti)

1. Dato un sistema di vettori applicati paralleli con risultante diverso da zero, esso è equivalente a:

- i) zero ii) una coppia iii) un vettore e una coppia iv) un vettore applicato

2. Data un’asta rigida libera di muoversi nello spazio con un estremo vincolato senza attrito a scorrere lungo una parabola fissa, dire quante componenti hanno le relative reazioni vincolari:

- i) una ii) due iii) tre iv) quattro

3. Una posizione di equilibrio \mathbf{q}_e è detta stabile se il potenziale delle forze ha la matrice Hessiana in

- \mathbf{q}_e : i) con tutti gli autovalori positivi ii) con tutti gli autovalori negativi
- iii) con determinante negativo iv) con un autovalore negativo

4. Data una lamina rettangolare vincolata a muoversi nel suo piano di appartenenza con un vertice V su una retta r , individuare la o le equazioni pure del moto (ECD = Equazione Cardinale della Dinamica):

- i) la 1^a ECD ii) la 2^a ECD iii) la 1^a ECD proiettata sulla retta r
- iv) la 2^a ECD proiettata sull’ortogonale al piano e la 1^a ECD proiettata sulla retta r

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – **Meccanica Razionale**
A.A. 2006/2007 – Appello del 25/03/2008

Esercizio

Una lamina quadrata omogenea ABCD, di massa m e lato $2L$, è vincolata nel proprio baricentro G a scorrere con attrito lungo l’asse orizzontale Oy di un sistema di riferimento fisso ed a ruotare con il lato AD parallelo all’asse verticale Oz . Sul sistema agiscono:

- a) una molla di costante elastica k positiva e centro O applicata nel punto D ;
- b) un momento $\mathbf{M} = -h \mathbf{GG}' \times \mathbf{GG}'$, con G' punto medio del lato BC e G'' proiezione di G' sull’asse Oy .

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale;
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale quando il baricentro G ed il punto G' si trovano entrambi con velocità u_0 positiva ed a distanza L dall’asse Ox , con G' nel primo quadrante del piano Oxy .

Supponendo ora i vincoli perfetti, determinare:

- iii) le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità;
- iv) le reazioni vincolari in una posizione di equilibrio stabile.

Quesiti (ogni risposta esatta vale due punti)

1. Dato un parallelepipedo retto omogeneo ruotante uniformemente intorno ad un suo spigolo, dire se il sistema di forze assifughe agenti su di esso è riducibile a:

- i) zero ii) una coppia iii) un vettore applicato iv) un vettore e una coppia

2. Data una lamina quadrata con densità di massa proporzionale alla distanza del generico punto P da un lato prefissato, dire quanti assi centrali d’inerzia si conoscono a priori:

- i) nessuno ii) uno iii) due iv) tre

3. Data una biglia che rotola in un piano, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) due ii) tre iii) quattro iv) cinque

4. Data una sfera vincolata a muoversi con l’estremo di un suo diametro fisso, individuare la (o le) equazioni pure del moto (EC = Equazione Cardinale):

- i) la 1^a EC ii) la 2^a EC iii) le 2 EC iv) la 2^a EC assiale

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Facoltà d’Ingegneria – **Meccanica Razionale**
Anno Accademico 2006/2007 – Appello del 15/04/2008

Esercizio

In un piano verticale Oxy ruotante uniformemente attorno all’asse Oy con velocità angolare costante $\underline{\omega}$, un sistema materiale è costituito da una sbarra omogenea OA, di lunghezza $2L$ e massa M , incernierata con il suo estremo O nell’origine degli assi e da un punto materiale P di massa m vincolato a scorrere lungo l’asse Oy. Sul sistema agisce inoltre una molla, di costante k positiva, collegante il punto P all’estremo A della sbarra.

Supponendo i vincoli perfetti, determinare:

- 1) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale;
- 2) le reazioni vincolari agenti sul sistema all’istante iniziale quando la sbarra è disposta con l’estremo A sull’asse Oy e velocità $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{i}$ con $u_0 > 0$, mentre il punto P è a quota $-L$ con velocità $\mathbf{v}_P = w_0 \mathbf{j}$ e $w_0 < 0$;

Alternativamente, nel caso in cui il vincolo in P sia con attrito, poniamo $m = M$ e $k = 3^{-1}M \omega^2$; determinare in tal caso:

- 3) le posizioni di equilibrio del sistema materiale;
- 4) le reazioni vincolari in una posizione di equilibrio stabile da voi scelta.

Quesiti (ogni risposta esatta vale due punti)

a) Data un’asta vincolata a muoversi con un estremo su una superficie sferica, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) tre ii) quattro iii) cinque iv) sei

b) Dato un cubo omogeneo di lato L , dire quanti assi centrali d’inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto appartenente al prolungamento di un suo spigolo e distante $1000 L$ da esso:

- i) zero ii) uno iii) due iv) tre

c) Dato un punto materiale P vincolato a muoversi sulla superficie di un ellissoide, dire come si ricavano le equazioni pure del moto (EC = equazione cardinale, EDP = equazione della dinamica del punto):

- i) dalla $I^{\wedge} EC$ proiettata sul piano tangente alla superficie
- ii) dalla legge di Coulomb - Morin
- iii) dalla EDP proiettata sul piano tangente alla superficie
- iv) dalla EDP proiettata lungo la normale alla superficie

d) Dato un punto materiale P soggetto alla sola forza peso e vincolato senza attrito a muoversi su una circonferenza verticale, dire quante sono le sue posizioni di equilibrio (e fra parentesi di equilibrio stabile):

- i) 2 (2) ii) 2 (1) iii) 1 (1) iv) 1 (0)