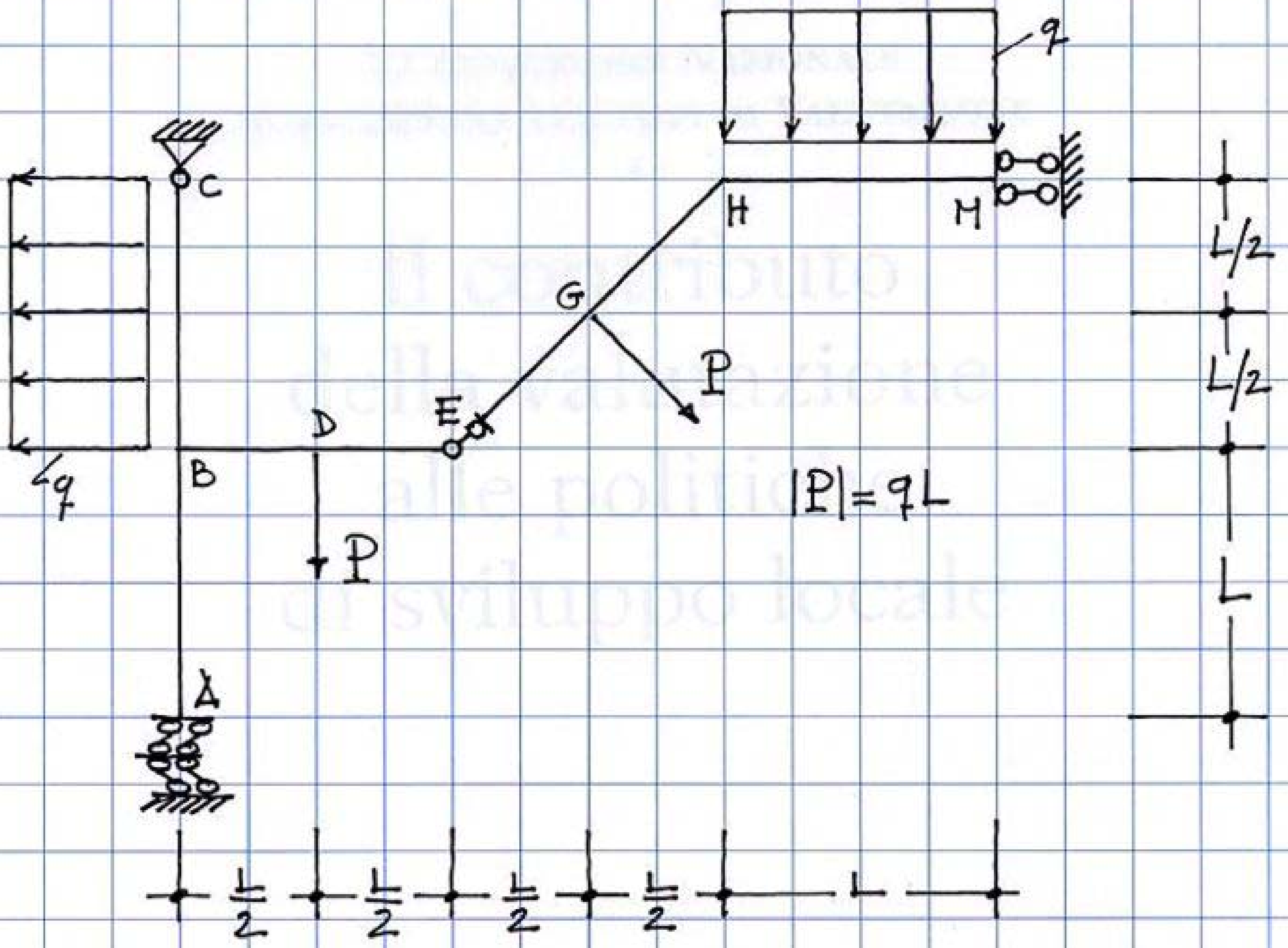
ESERCIZIO # 10

DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:



- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$\ell = 3N - \mu_t = 3\times 2 - (1+2+1+2) = 0 \Rightarrow$ C.N. per l'isostaticità ok!

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI

CERNIERA C $\Rightarrow C^{I} \equiv C$

DOPPIO BIPENDOLO A $\Rightarrow C^{I} \in \infty$ $\Rightarrow \nexists\, C^{I}$

PENDOLO E $\Rightarrow C^{II} \in r$

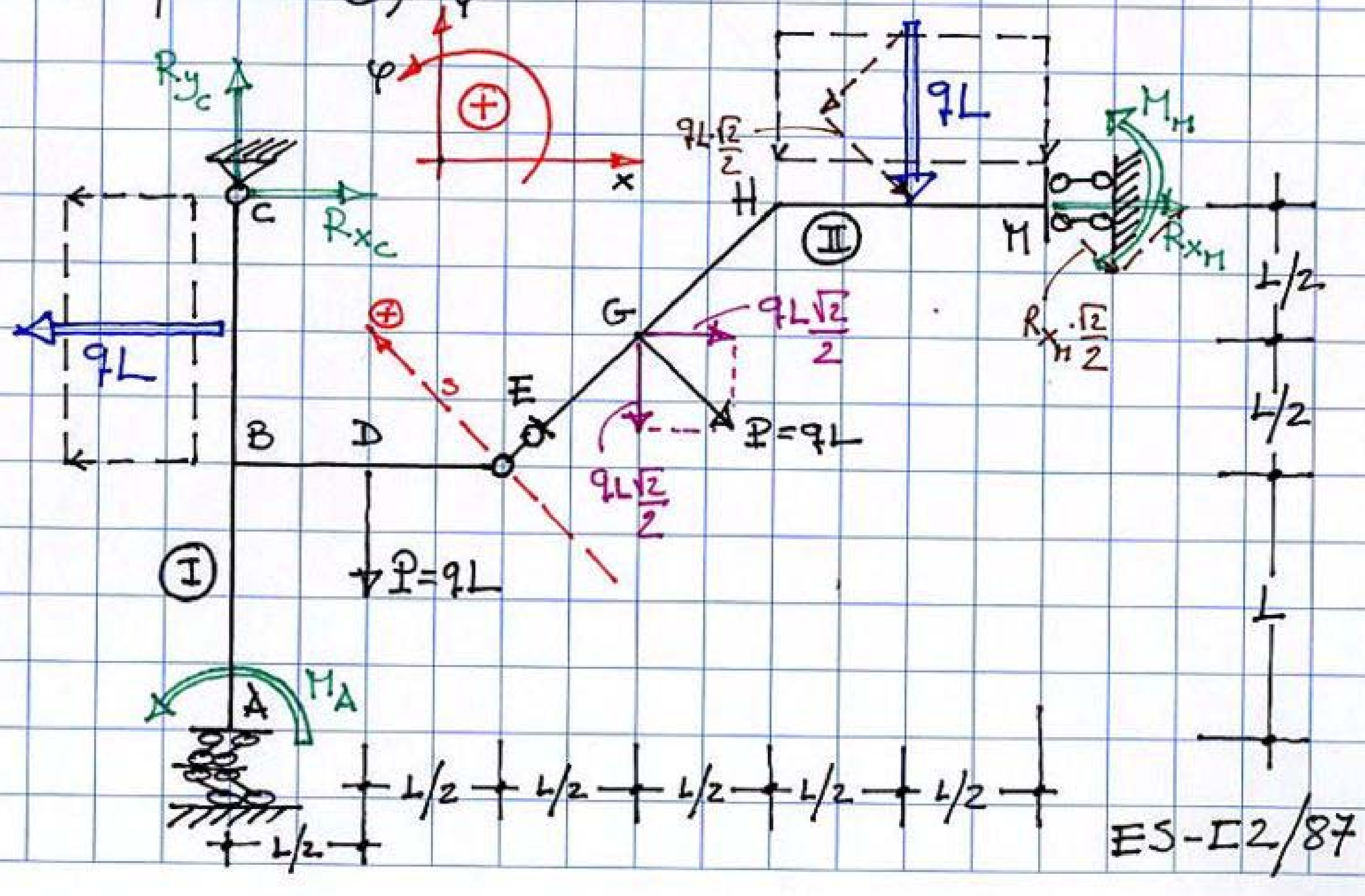
DOPPIO PENDOLO M $\Rightarrow C^{II} \equiv R_{\infty}$ $\Rightarrow \nexists\, C^{II}$

L'INTERO SISTEMA È ISOSTATICO !!

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

RV- metodo analitico

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.
3. Si hanno in questo caso 5 componenti di reazione incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando in questa fase la presenza del vincolo interno E); 2 equazioni di equilibrio parziale, queste ultime tenendo conto della funzione cinematica del pendolo interno E (per esempio in questo caso si impone che la porzione II non ruoti rispetto alla I e non trasli, nella direzione ortogonale all'asse del pendolo E, sempre rispetto alla porzione I).



4. Si noti che: nella scrittura delle equazioni di equilibrio globale è utile scomporre il carico concentrato P applicato in G nelle direzioni x e y; l'equazione di equilibrio parziale alla traslazione relativa tra (I) e (II) è riferita alla direzione orientata s.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_{x_C} - qL + qL\frac{\sqrt{2}}{2} + R_{x_M} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_C} = qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \quad (3)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{y_C} - qL - qL\frac{\sqrt{2}}{2} - qL = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_C} = qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_A - qL\cdot\frac{L}{2} - qL\cdot\frac{L}{2} + qL\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{L}{2} - qL\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3}{2}L - qL\cdot\frac{5}{2}L + M_M = 0$$

$$\sum M_E^{(II)} = 0 \rightarrow -\underset{qL}{P}\cdot\frac{L}{2}\sqrt{2} - qL\cdot\frac{3}{2}L - R_{x_M}\cdot L + M_M = 0 \rightarrow \boxed{M_M = -\frac{qL^2}{2}(\sqrt{2}-1)} \quad (4)\ (*)$$

$$\sum F_s^{(II)} = 0 \rightarrow -P - qL\frac{\sqrt{2}}{2} - R_{x_M}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_M} = -qL(1+\sqrt{2})} \quad (2)\ (*)$$

$$\rightarrow \boxed{M_A = qL^2(3+\sqrt{2})} \quad (5)$$

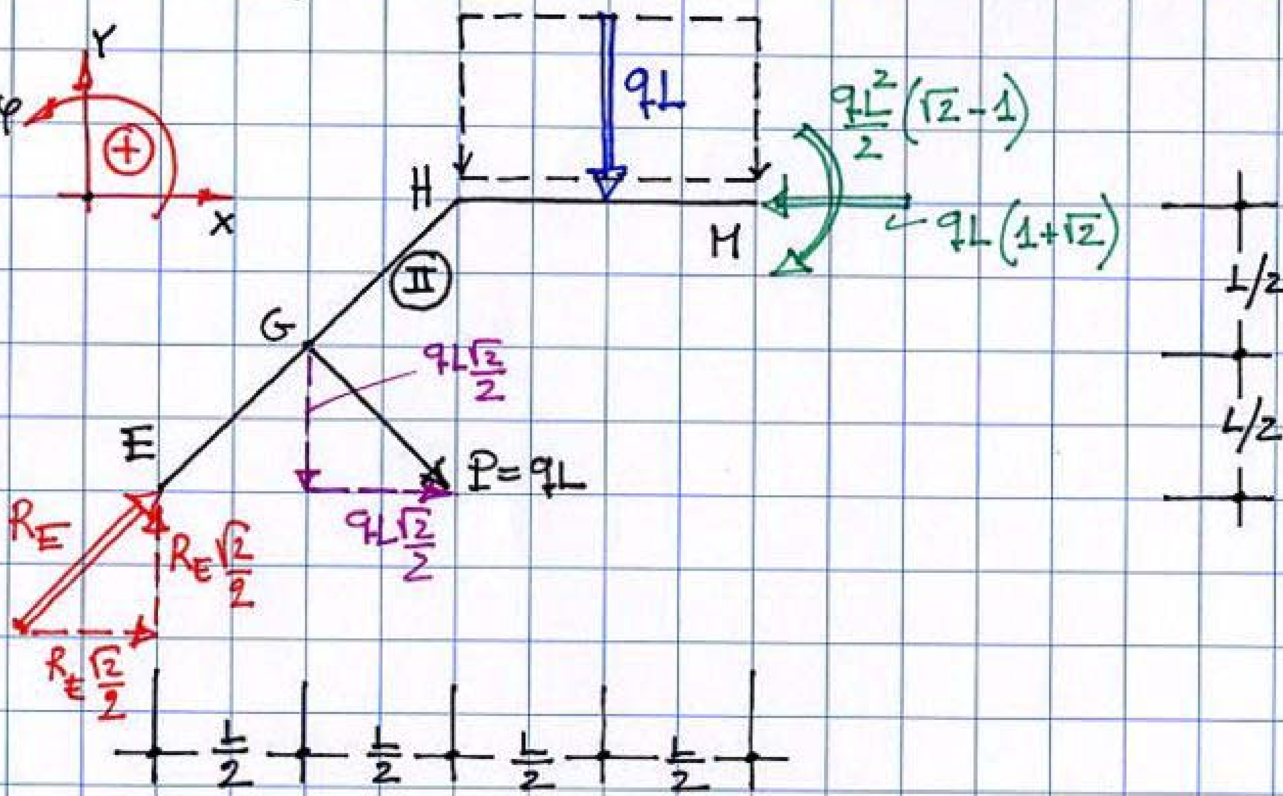
N.B.: (1) = primo risultato; (2) = secondo risultato;
(3) = terzo risultato (ottenuto per sostituzione di (2));
(4) = ...

(*) Il valore della componente di reazione è negativo! il verso effettivo è opposto a quello ipotizzato.

5. La reazione del pendolo interno E può determinarsi indifferentemente imponendo l'equilibrio della porzione (I) e/o della (II). A tal fine sostituendo il pendolo E con le reazioni che esso è potenzialmente in grado di esplicare si impone, ad esempio, l'equilibrio di (II) applicando su di essa le reazioni esterne note oltre, ovviamente, i carichi esterni agenti.

FUSCHI
PISANO
SOFI

6. Per determinare R_E è sufficiente, ovviamente, imporre una sola equazione di equilibrio; si scrive in questo caso solo $\sum F_Y^{(II)} = 0$.

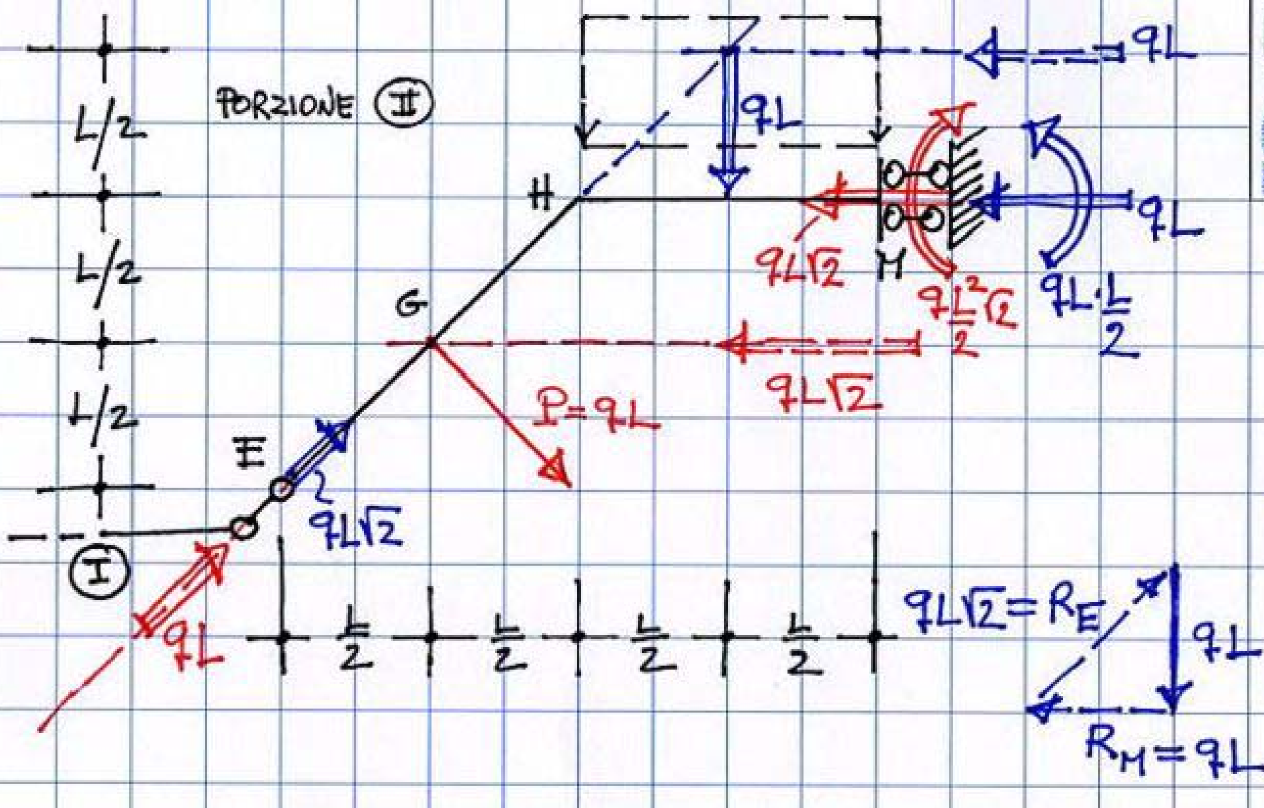


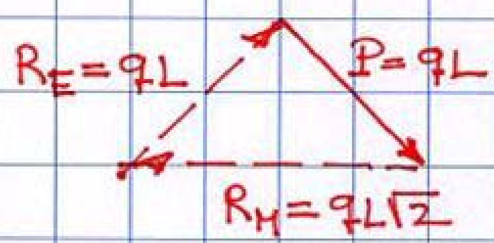
$$\sum F_Y^{(II)} = 0 \rightarrow R_E\frac{\sqrt{2}}{2} - qL\frac{\sqrt{2}}{2} - qL = 0 \rightarrow R_E = qL(1+\sqrt{2})$$

7. Si è determinata la reazione di E su (II), l'opposta è la reazione di E su (I)!

RV- metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ($\mu_e = 5$), tuttavia la porzione (II) è un "tratto isostatico", per tale tratto risulta infatti $\mu_e + \mu_i = 3$.
2. Si risolve (II) applicando il principio di sovrapposizione degli effetti, valutando cioè separatamente le reazioni in E ed M per effetto di P e di qL (equivalente del carico distribuito). Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

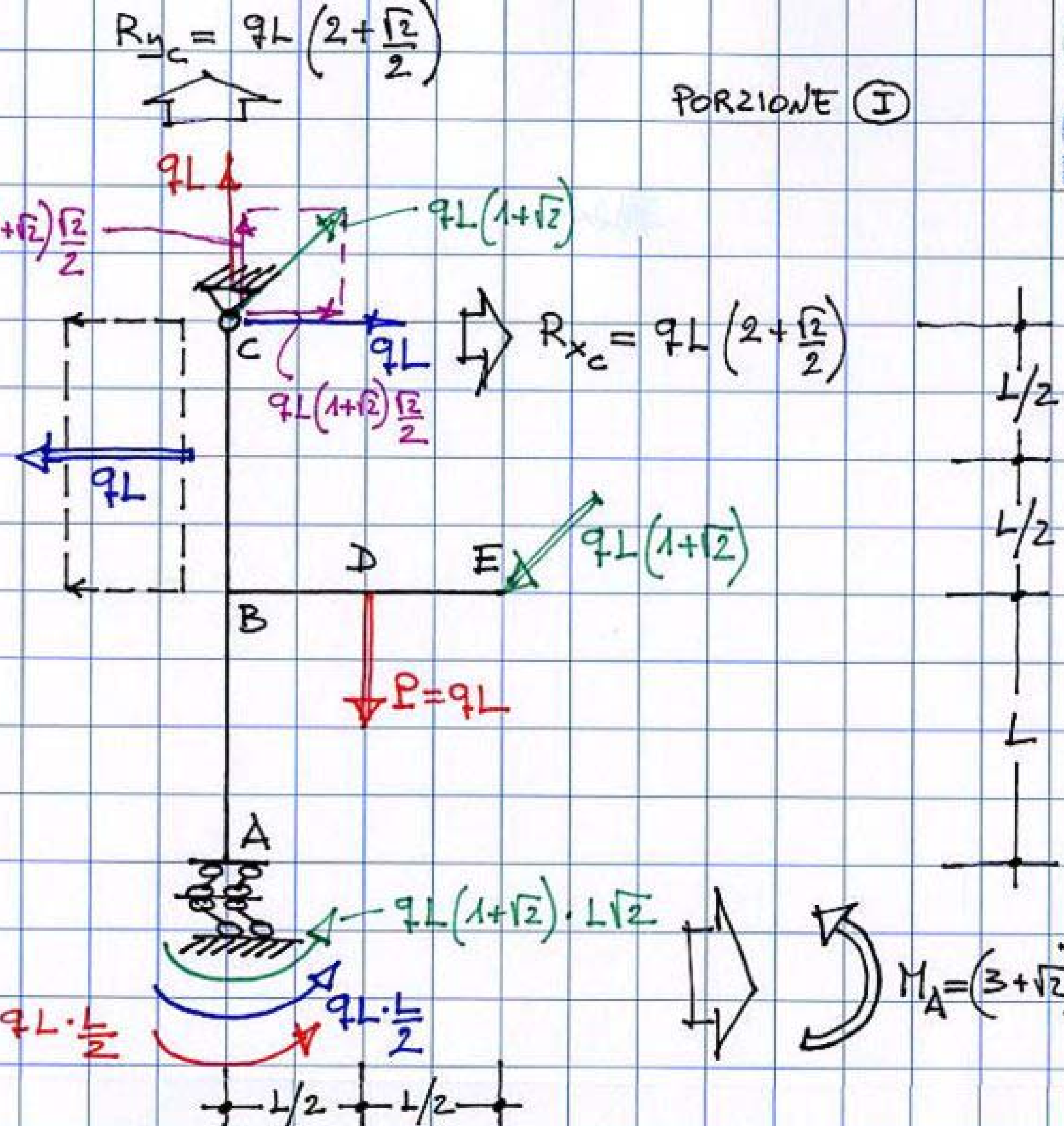




3. Si risolve quindi la porzione (I) applicando ancora il principio di sovrapposizione degli effetti. La reazione del pendolo E su (I) è ovviamente nota essendo pari e opposta a quella calcolata sullo schema precedente. (essa in modulo è pari a $qL(1+\sqrt{2})$).

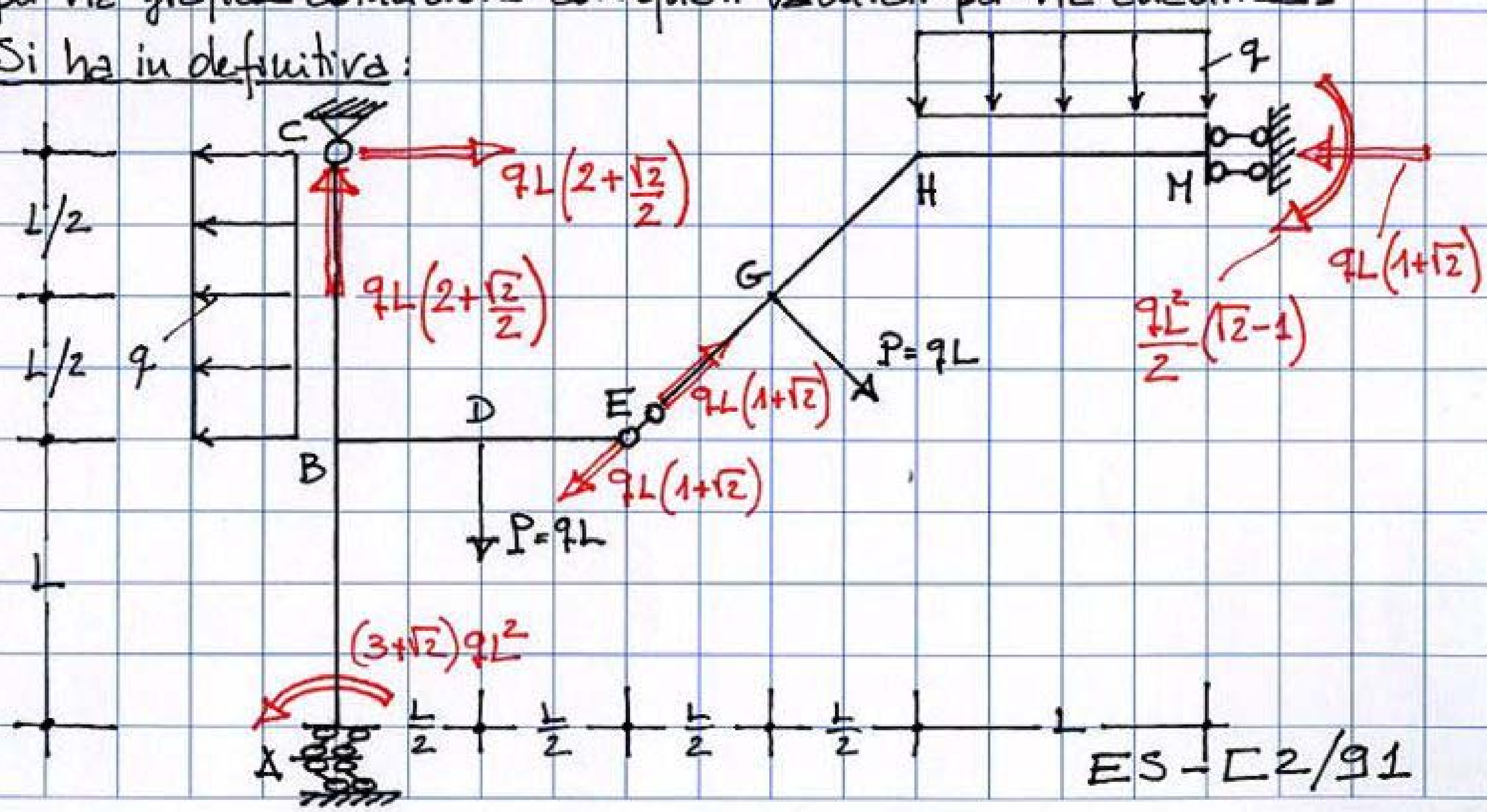
4. Anche in questo caso ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.

PORZIONE (I)



É facile verificare che i valori delle reazioni vincolari determinati per via grafica coincidono con quelli valutati per via analitica.

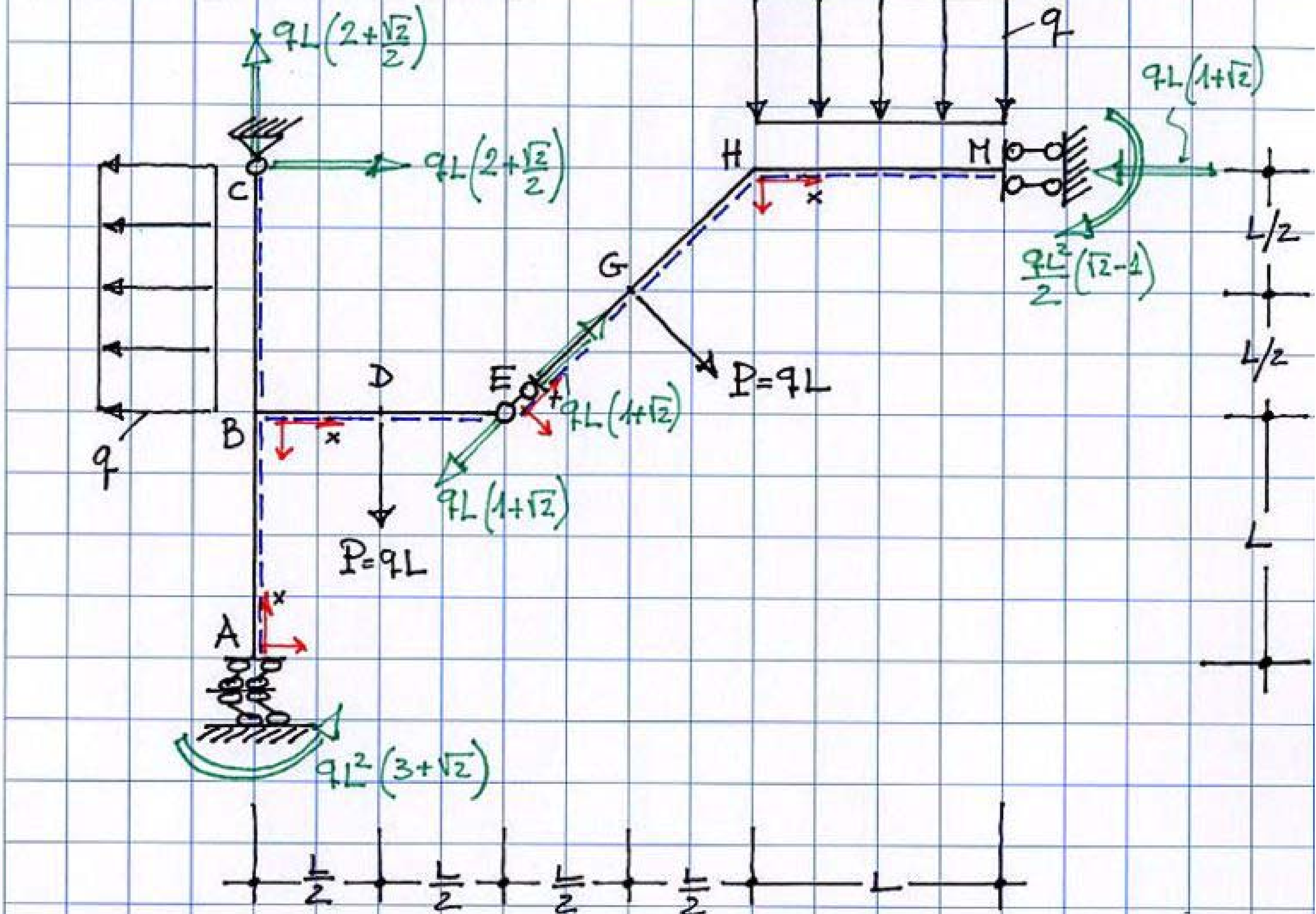
Si ha in definitiva:



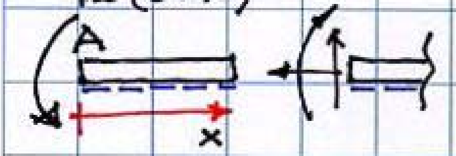
FUSCHI
PISANO
SOFI

• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

CS- metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$, $T(x)$ ed $M(x)$ -

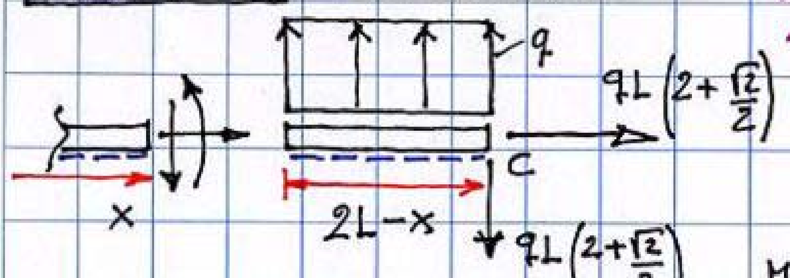


TRATTO AB $\quad 0 \le x \le L$



$$N(x)=0\,;\; T(x)=0\,;\; M(x)=-qL^2(3+\sqrt{2})$$

TRATTO BC $\quad L \le x \le 2L$



$$\begin{cases} T_B = T(x)\big|_{x=L} = qL\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ T_C = T(x)\big|_{x=2L} = qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=L} = -qL^2\left(\frac{3+\sqrt{2}}{2}\right) \\ M_C = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

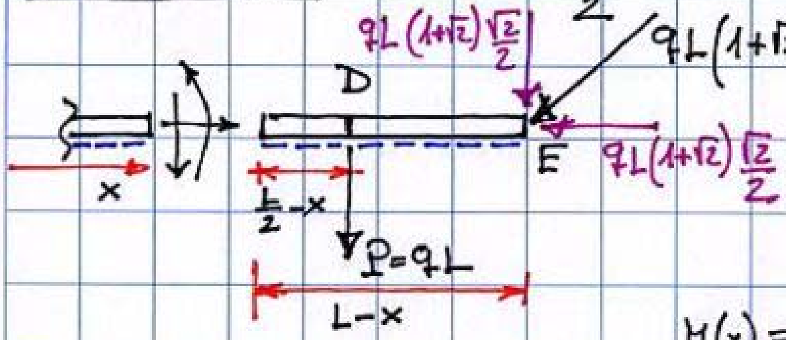
$$N(x) = qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$$

$$T(x) = qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - q(2L-x)$$

$$M(x) = -qL\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(2L-x) + q\frac{(2L-x)^2}{2}$$

FUSCHI
PISANO
SOFI

TRATTO BD $\quad 0 \le x \le \frac{L}{2}$



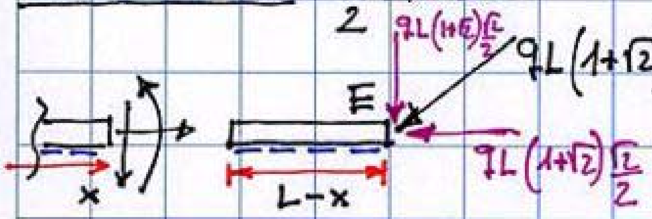
$$N(x) = -qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$T(x) = qL + qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$M(x) = -qL\left(\frac{L}{2}-x\right) - qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2}(L-x)$$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = -\dfrac{qL^2}{2}(3+\sqrt{2}) \\ M_D = M(x)\big|_{x=\frac{L}{2}} = -\dfrac{qL^2}{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right) \end{cases}$$

TRATTO DE $\quad \frac{L}{2} \le x \le L$

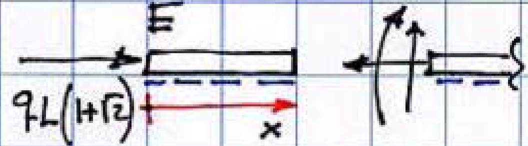


$$N(x) = -qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad T(x) = qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$M(x) = -qL(1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2}(L-x)$$

$$\begin{cases} M_D = M(x)\big|_{x=\frac{L}{2}} = -\dfrac{qL^2}{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right) \\ M_E = M(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

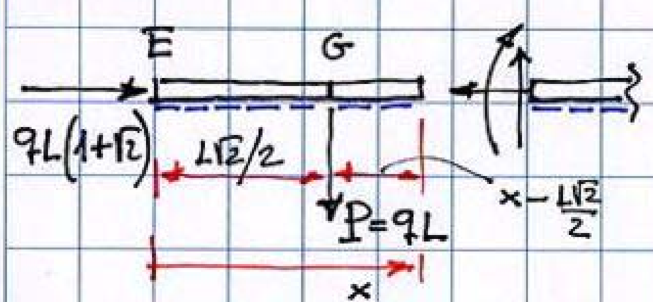
TRATTO EG $\quad 0 \le x \le \frac{L\sqrt{2}}{2}$



$$N(x) = -qL(1+\sqrt{2});$$

$$T(x) = 0; \quad M(x) = 0.$$

TRATTO GH $\quad \frac{L\sqrt{2}}{2} \le x \le L\sqrt{2}$

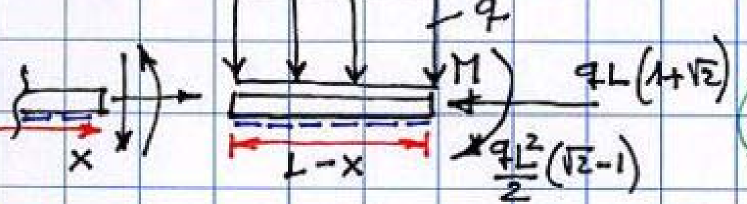


$$N(x) = -qL(1+\sqrt{2}); \quad T(x) = -qL$$

$$M(x) = -qL\left(x - \frac{L\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\begin{cases} M_G = M(x)\big|_{x=\frac{L\sqrt{2}}{2}} = 0 \\ M_H = M(x)\big|_{x=L\sqrt{2}} = -qL^2\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

TRATTO HM $\quad 0 \le x \le L$



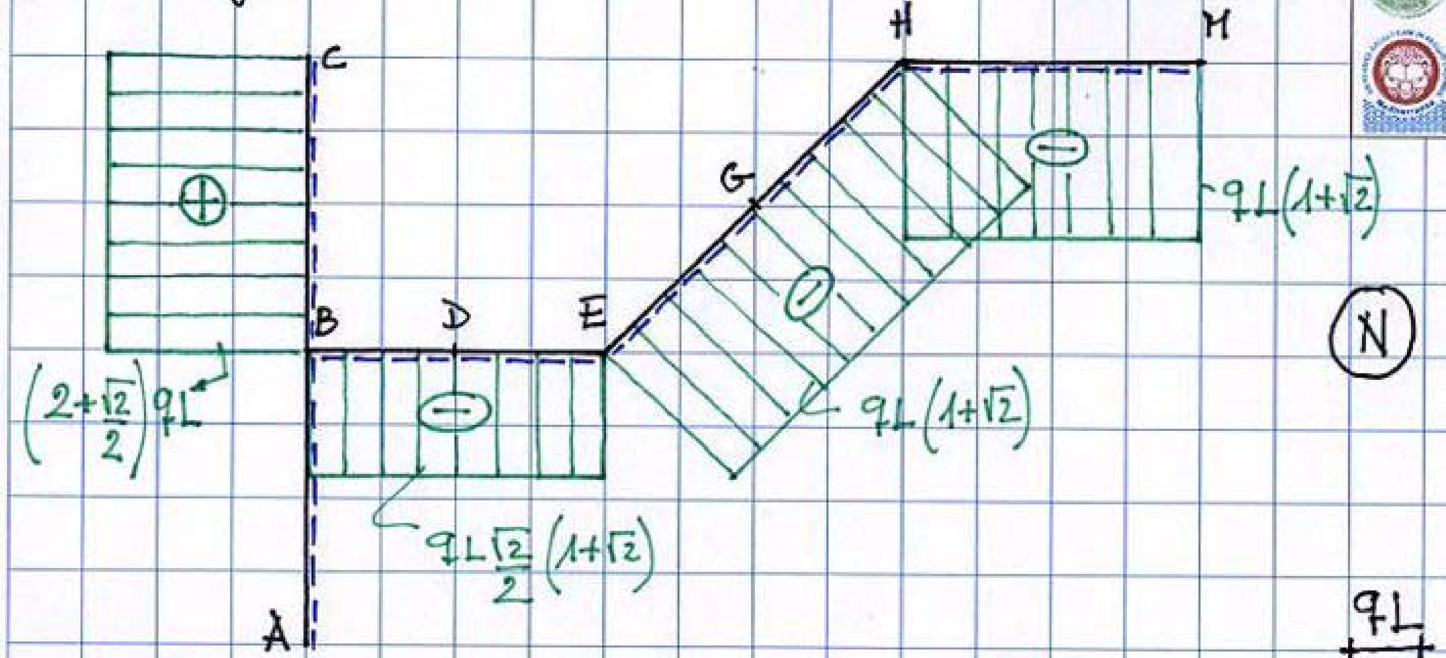
$$N(x) = -qL(1+\sqrt{2}); \quad T(x) = q(L-x)$$

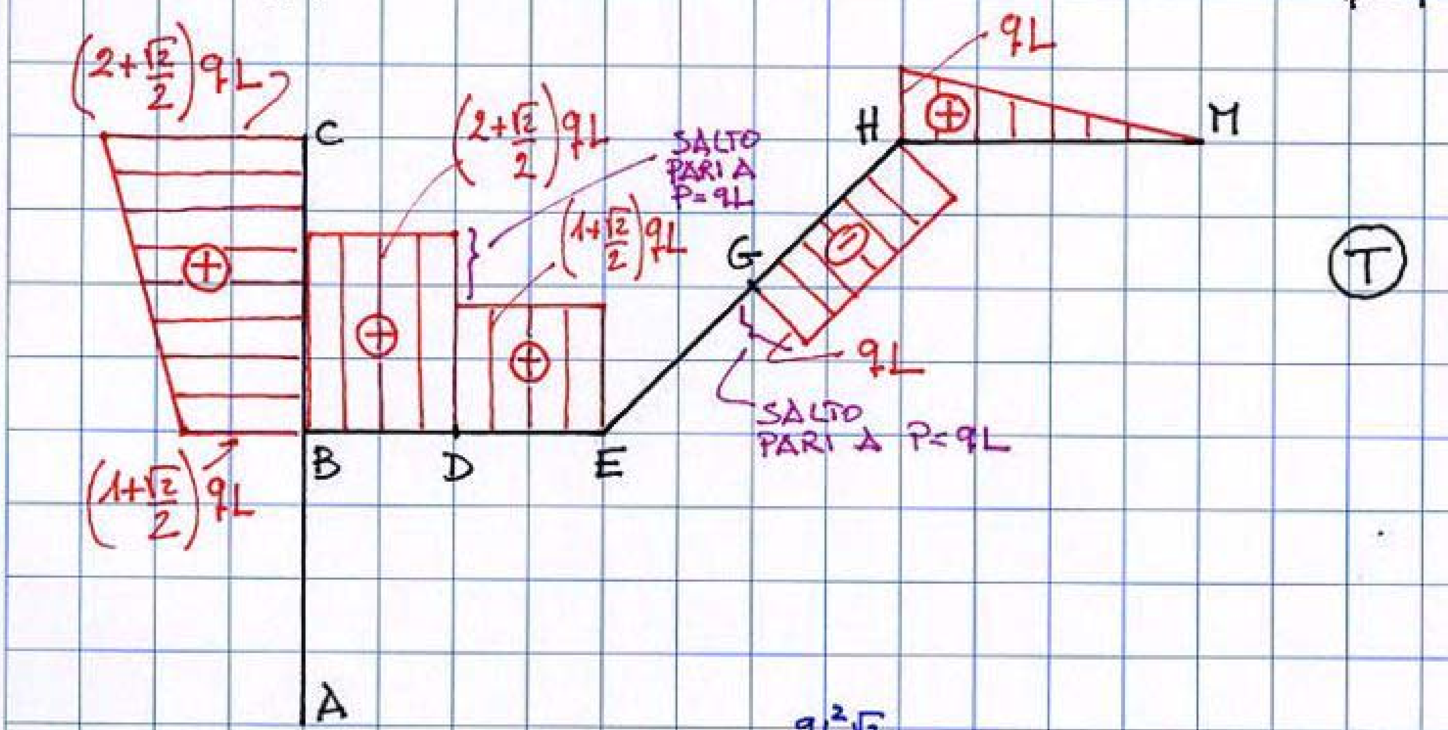
$$\begin{cases} T_H = T(x)\big|_{x=0} = qL \\ T_M = T(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

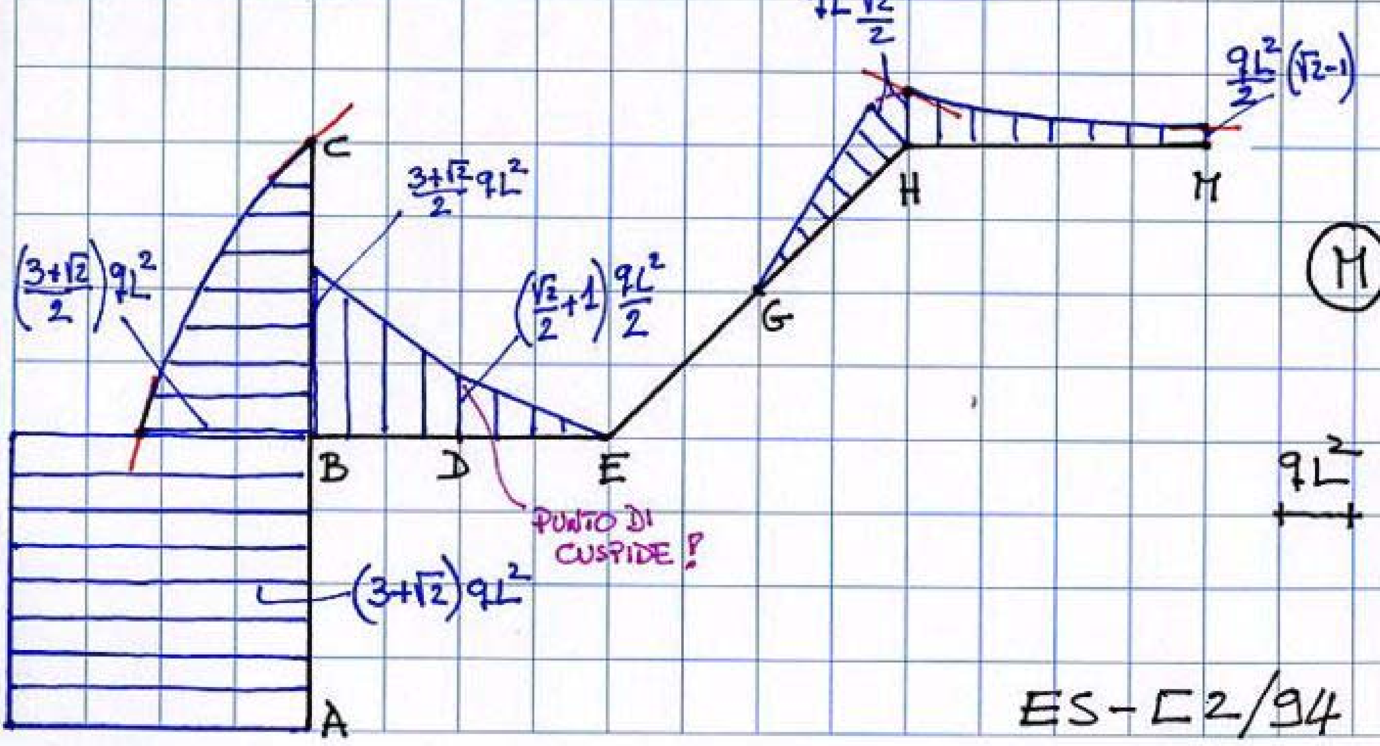
$$M(x) = -\frac{qL^2}{2}(\sqrt{2}-1) - q\frac{(L-x)^2}{2}$$

$$\begin{cases} M_H = M(x)\big|_{x=0} = -\dfrac{qL^2}{2}\sqrt{2} \\ M_M = M(x)\big|_{x=L} = -\dfrac{qL^2}{2}(\sqrt{2}-1) \end{cases}$$

CS - diagrammi



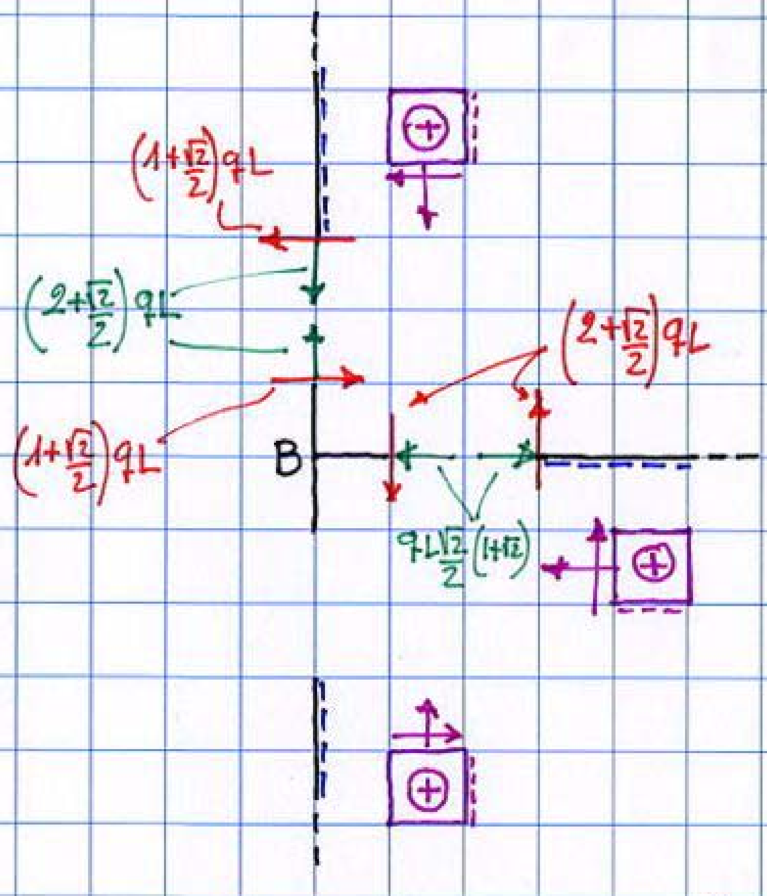




ES-C2/94

• VERIFICHE AL NODO TRIPLO B

- alla traslazione (cfr. diagrammi N e T)



- alla rotazione (cfr. diagramma M)