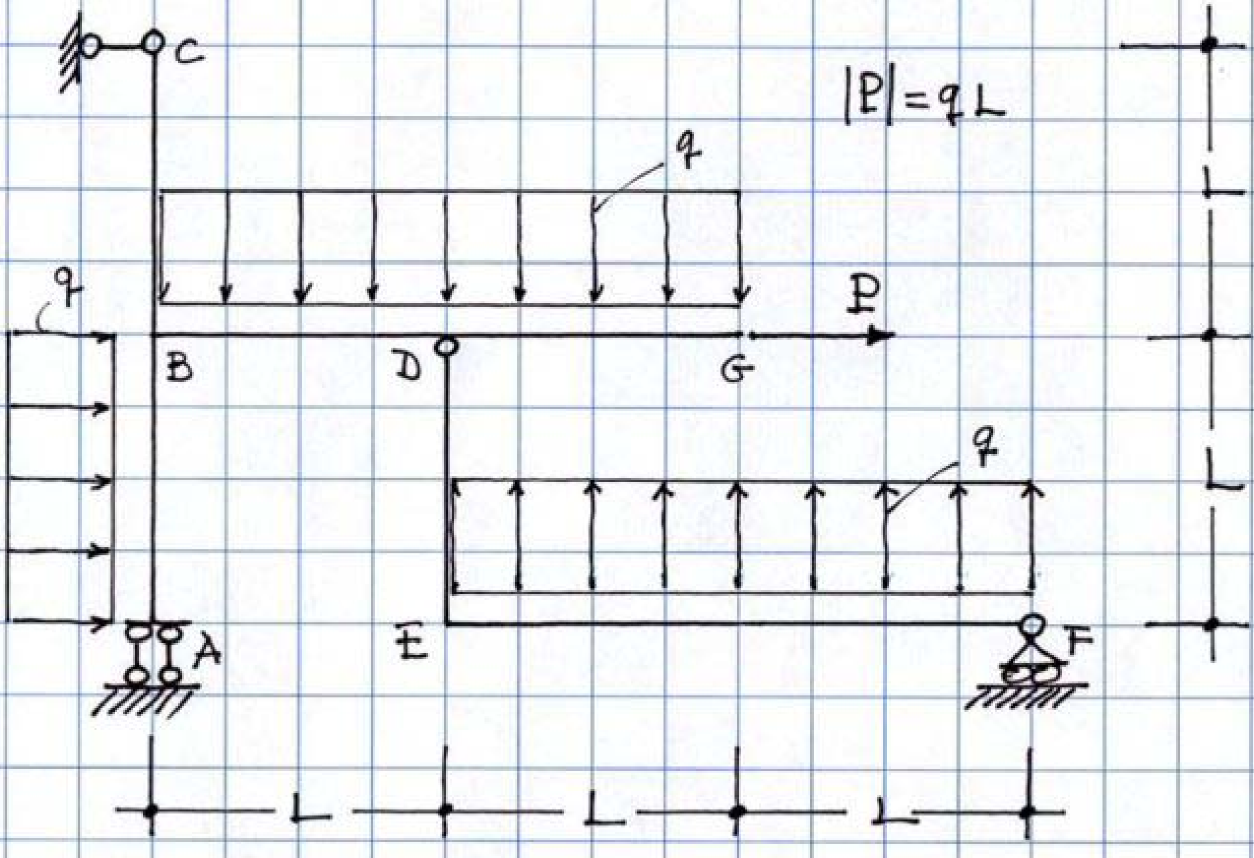
# ESERCIZIO #7

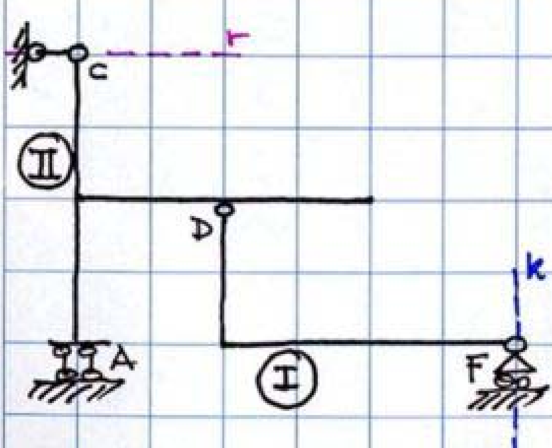
DETERMINARE LE REAZIONI VINCOLARI (RV), LE FUNZIONI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE (CS) E I RELATIVI DIAGRAMMI PER LA STRUTTURA SEGUENTE:




- GRADO DI LABILITÀ APPARENTE

$$\ell = 3N - \mu_t = 3\times 2 - (2+1+2+1) = 0 \Rightarrow \text{C.N. per l'isostaticità OK!}$$

- EFFICACIA CINEMATICA VINCOLI



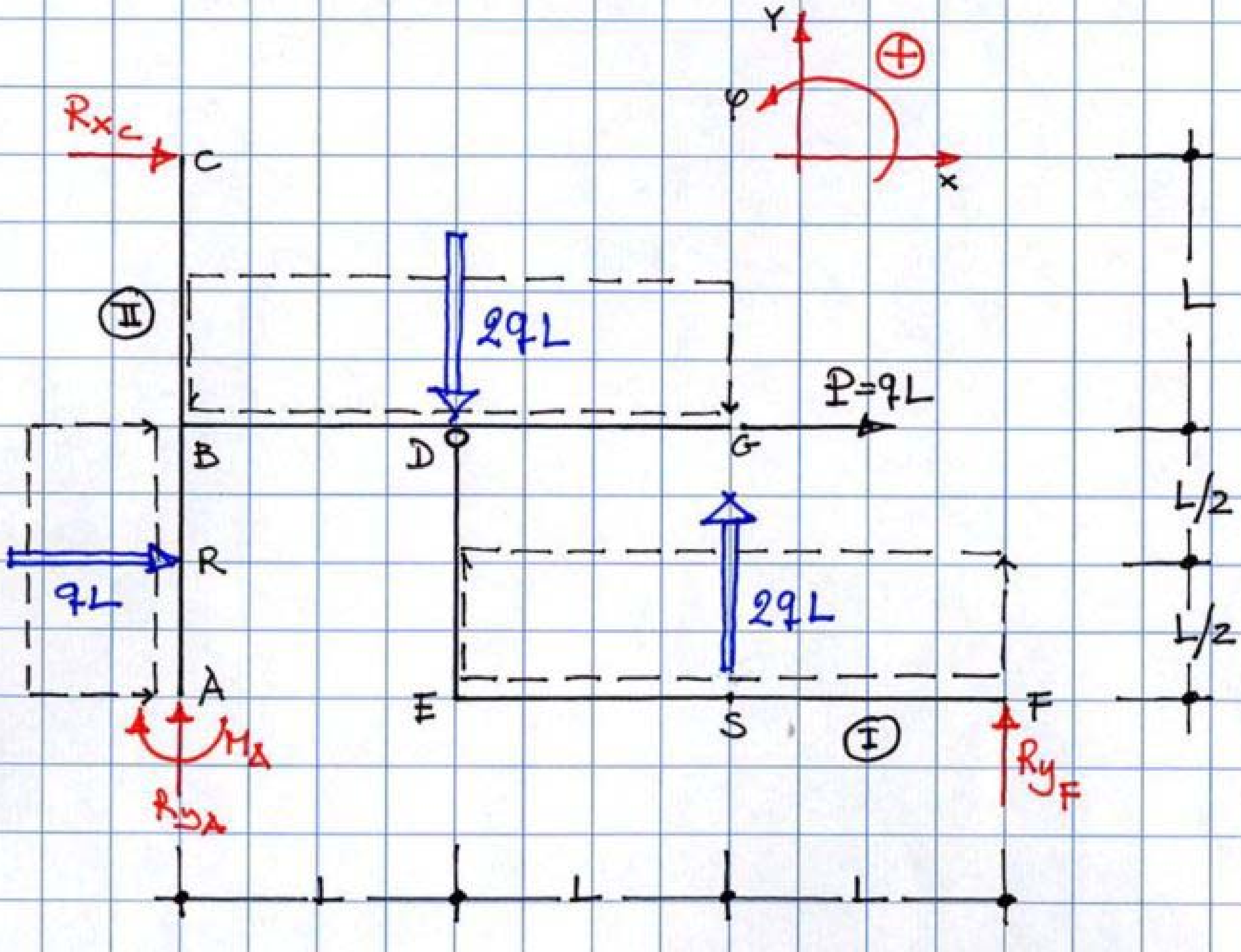

BIPENDOLO A $\Rightarrow C^{(II)} \equiv R_{\infty}\updownarrow$
PENDOLO C $\Rightarrow C^{(II)} \in r$
$\Rightarrow \nexists\, C^{(II)}$ che risulta isostatico

CERNIERA D $\Rightarrow C^{(I)} \equiv D$
CARRELLO F $\Rightarrow C^{(I)} \in k$
$\Rightarrow \nexists\, C^{(I)}$

il sistema è dunque isostatico!

• DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI (RV)

1. Ai fini della valutazione delle RV i carichi distribuiti possono essere sostituiti con carichi concentrati equivalenti.
2. Si risolve il sistema in termini di reazioni vincolari esterne, a tal fine i vincoli esterni sono sostituiti dalle reazioni che essi sono potenzialmente in grado di esplicare. Tali reazioni si applicano con versi arbitrari.
3. Si hanno in questo caso 4 componenti di reazione incognite, si scrivono: 3 equazioni di equilibrio globale (riferite cioè all'intero sistema ignorando in queste fase la presenza del vincolo interno D); 1 equazione di equilibrio parziale, quest'ultima tenendo conto della funzione cinematica della cerniera interna D (per esempio in questo caso si impone che la porzione (I) non ruoti rispetto alla porzione (II)).



$\sum F_x = 0 \rightarrow qL + R_{x_C} + P = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_C} = -2qL}$ ① (*)

$\sum F_y = 0 \rightarrow R_{y_A} - \cancel{2qL} + \cancel{2qL} + R_{y_F} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = qL}$ ③

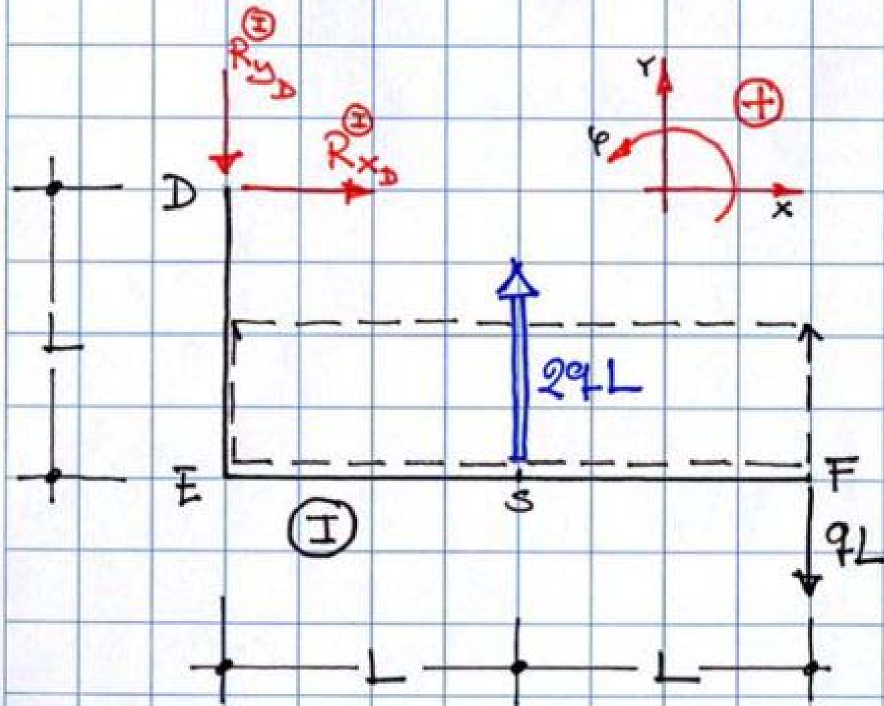
$\sum M_G = 0 \rightarrow -R_{x_C} L + 2qL \cdot L + qL \cdot \frac{L}{2} - M_A - R_{y_A} \cdot 2L + R_{y_F} \cdot L = 0 \rightarrow$ ④ $\boxed{M_A = \frac{3}{2} qL^2}$

$\sum M_D^{(I)} = 0 \rightarrow 2qL \cdot L + R_{y_F} \cdot 2L = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_F} = -qL}$ ② (*)

N.B.: ① = primo risultato; ② = secondo risultato; ③ = ...

(*) il valore calcolato è negativo → il verso effettivo della reazione vincolare è opposto a quello ipotizzato!

4. Le componenti di reazione interna della cerniera D possono trovarsi indifferentemente imponendo l'equilibrio di (I) o di (II) - A tal fine sostituendo alla cerniera interna D le componenti di reazione che essa è in grado di esplicare si impone, in questo caso, l'equilibrio della porzione (I) applicando su di essa le reazioni esterne note e il carico agente -

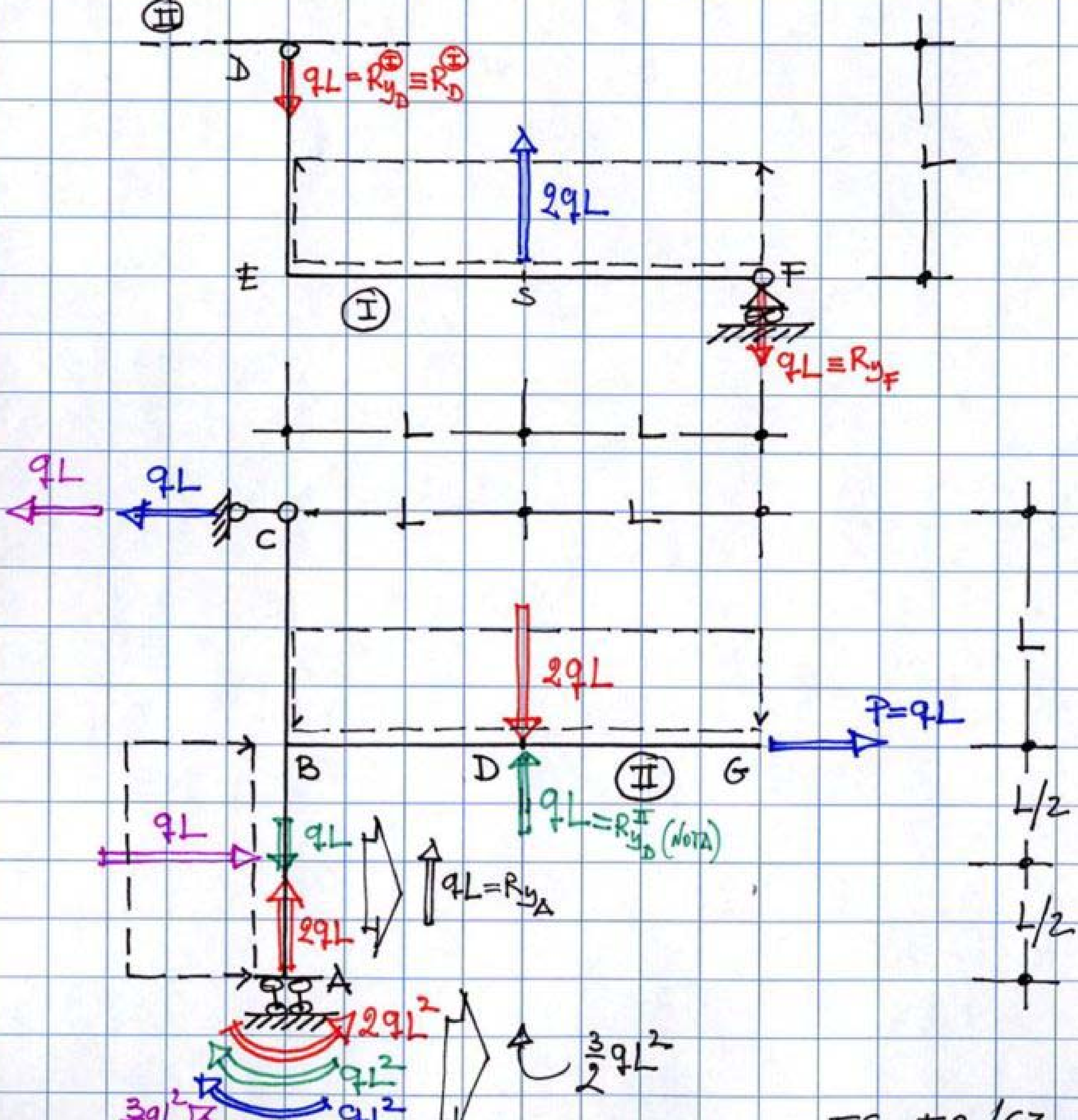



$\sum F_x^{I} = 0 \rightarrow \boxed{R_{x_D}^{(I)} = 0}$

$\sum F_y^{I} = 0 \quad 2qL - qL - R_{y_D}^{I} = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_D}^{(I)} = qL}$

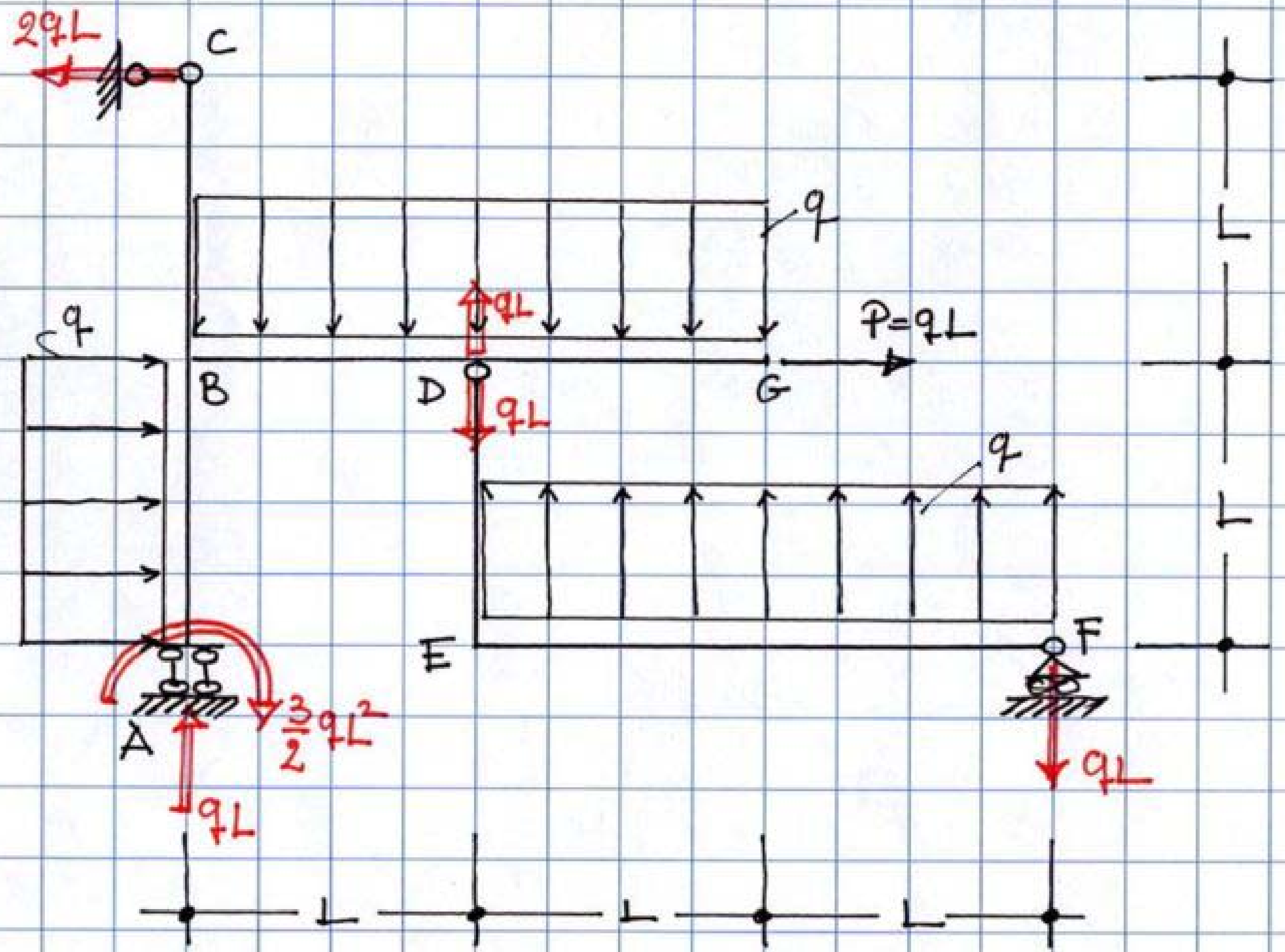
RV- metodo grafico

1. Il sistema non è isostatico per vincoli esterni ($\mu_e=4$), tuttavia la porzione (I) è un "tratto isostatico", per tale tratto risulta infatti $\mu_e+\mu_i=3$. Si risolve quindi (I).
2. Determinata $R_D^{(I)}$ la sua opposta, $R_D^{(II)}$, è nota e rappresenta la reazione della cerniera interna D sulla porzione (II). Quest'ultima può risolversi applicando il principio di sovrapposizione degli effetti. Ogni colore individua una singola condizione di carico e le aliquote di reazioni vincolari ad essa relative.



È facile verificare che i valori delle reazioni vincolari determinati per via grafica coincidono con quelli valutati con il metodo analitico –

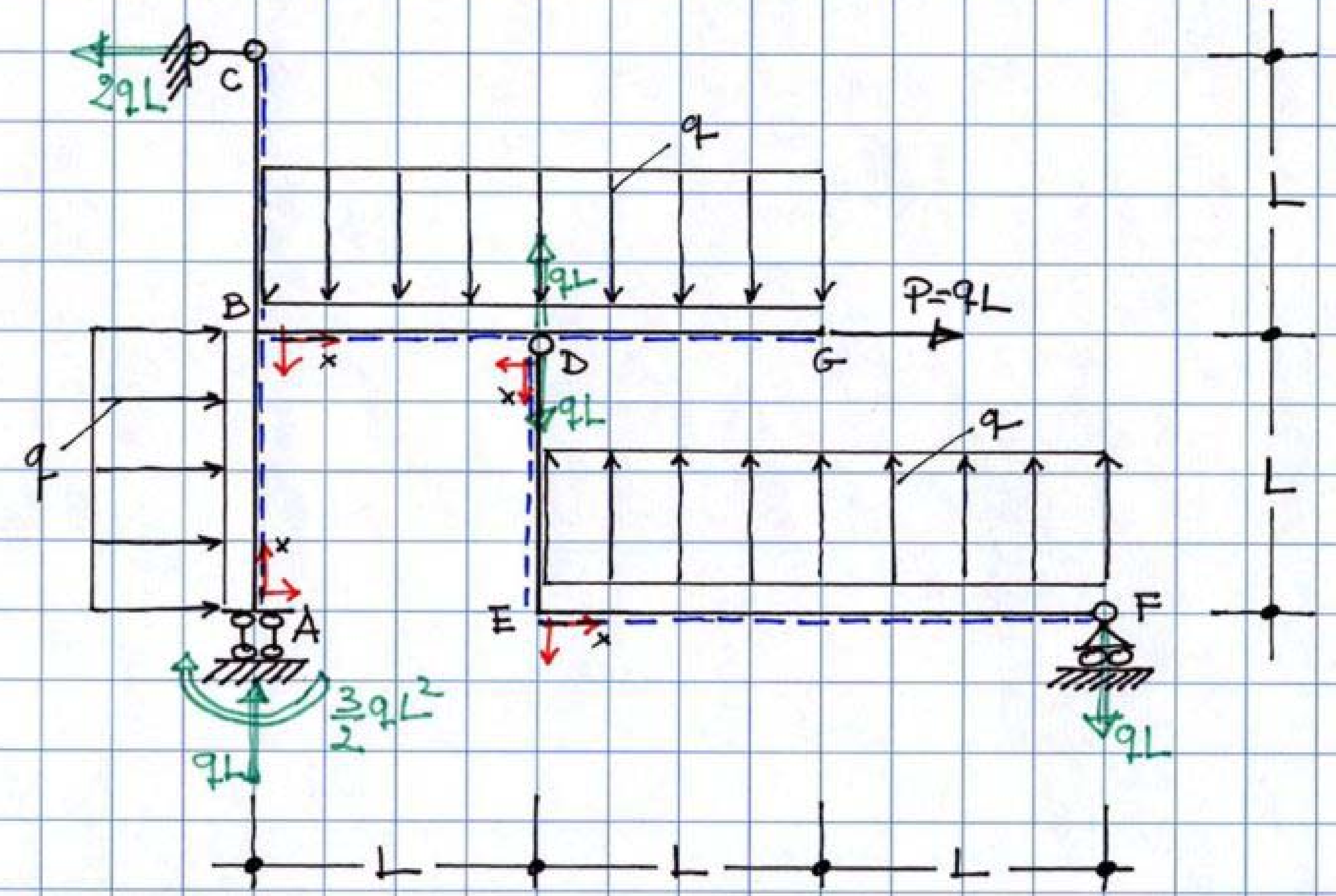
Si ha in definitiva:



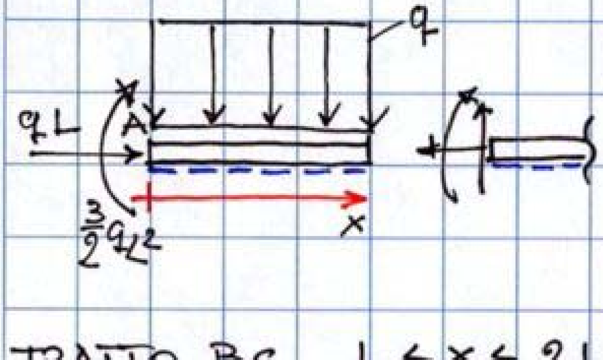
FUSCHI
PISANO
SOFI

• DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

CS – metodo della sezione ideale per il calcolo di $N(x)$; $T(x)$ ed $M(x)$.




TRATTO AB $\quad 0 \leq x \leq L$

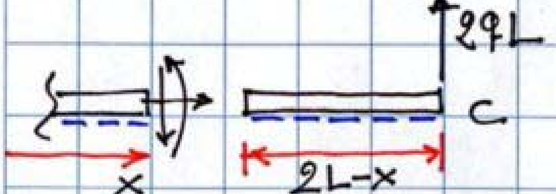



$$N(x) = -qL;$$
$$T(x) = -qx$$
$$M(x) = \frac{3}{2}qL^2 - q\frac{x^2}{2}$$

$$\begin{cases} T_A = T(x)\big|_{x=0} = 0 \\ T_B = T(x)\big|_{x=L} = -qL \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_A = M(x)\big|_{x=0} = \frac{3}{2}qL^2 \\ M_B = M(x)\big|_{x=L} = qL^2 \end{cases}$$

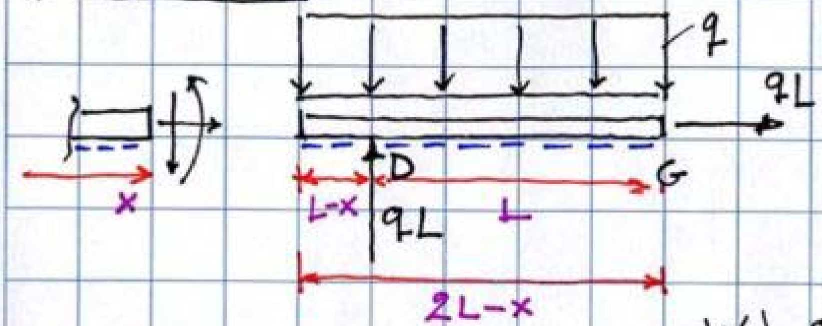
TRATTO BC $\quad L \leq x \leq 2L$




$$N(x) = 0;\ T(x) = -2qL;$$
$$M(x) = 2qL(2L-x)$$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=L} = 2qL^2 \\ M_C = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

## TRATTO BD $\quad 0 \le x \le L$




$$N(x) = qL\,;$$

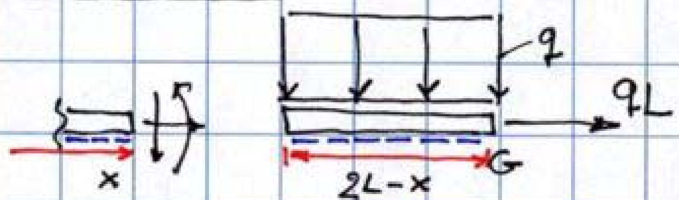
$$T(x) = -qL + q(2L-x)$$

$$\begin{cases} T_B = T(x)\big|_{x=0} = qL \\ T_D = T(x)\big|_{x=L} = 0 \end{cases}$$

$$M(x) = qL(L-x) - \frac{q}{2}(2L-x)^2$$

$$\begin{cases} M_B = M(x)\big|_{x=0} = -qL^2 \\ M_D = M(x)\big|_{x=L} = -\dfrac{qL^2}{2} \end{cases}$$

## TRATTO DG $\quad L \le x \le 2L$



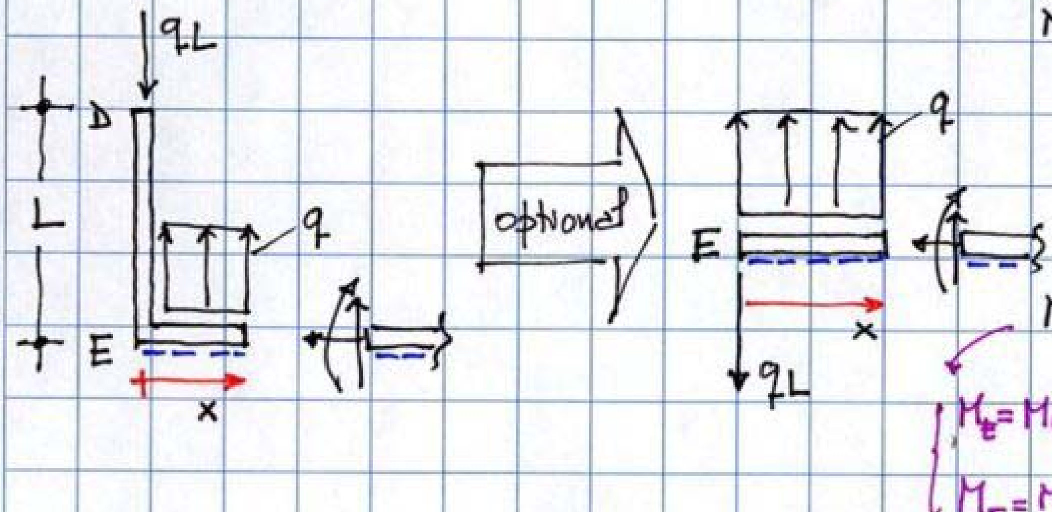

$$N(x) = qL\,; \quad T(x) = q(2L-x) \quad \begin{cases} T_D = T(x)\big|_{x=L} = qL \\ T_G = T(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

$$M(x) = -\frac{q(2L-x)^2}{2} \quad \begin{cases} M_D = M(x)\big|_{x=L} = -\dfrac{qL^2}{2} \\ M_G = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

## TRATTO DE $\quad 0 \le x \le L$


$$N(x) = -qL\,; \quad T(x) = 0\,; \quad M(x) = 0.$$

## TRATTO EF $\quad 0 \le x \le 2L$




$$N(x) = 0\,; \quad T(x) = -qL + qx$$

$$\begin{cases} T_E = T(x)\big|_{x=0} = -qL \\ T_F = T(x)\big|_{x=2L} = qL \end{cases}$$

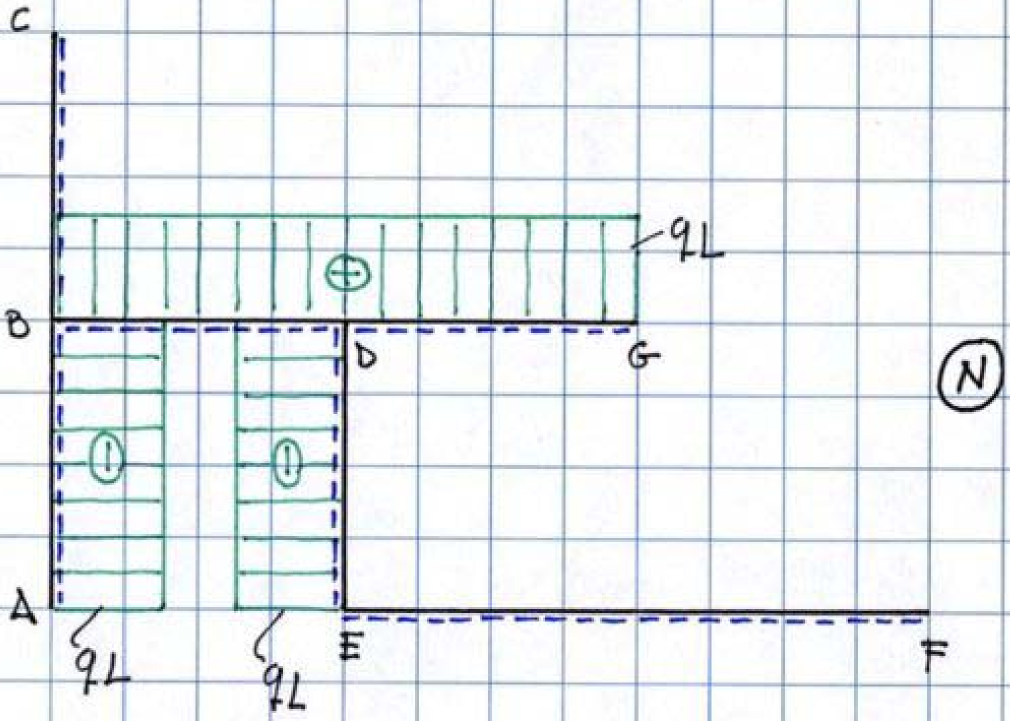
$$M(x) = -qLx + q\frac{x^2}{2} \qquad T(x) = 0 \text{ per } x = L$$

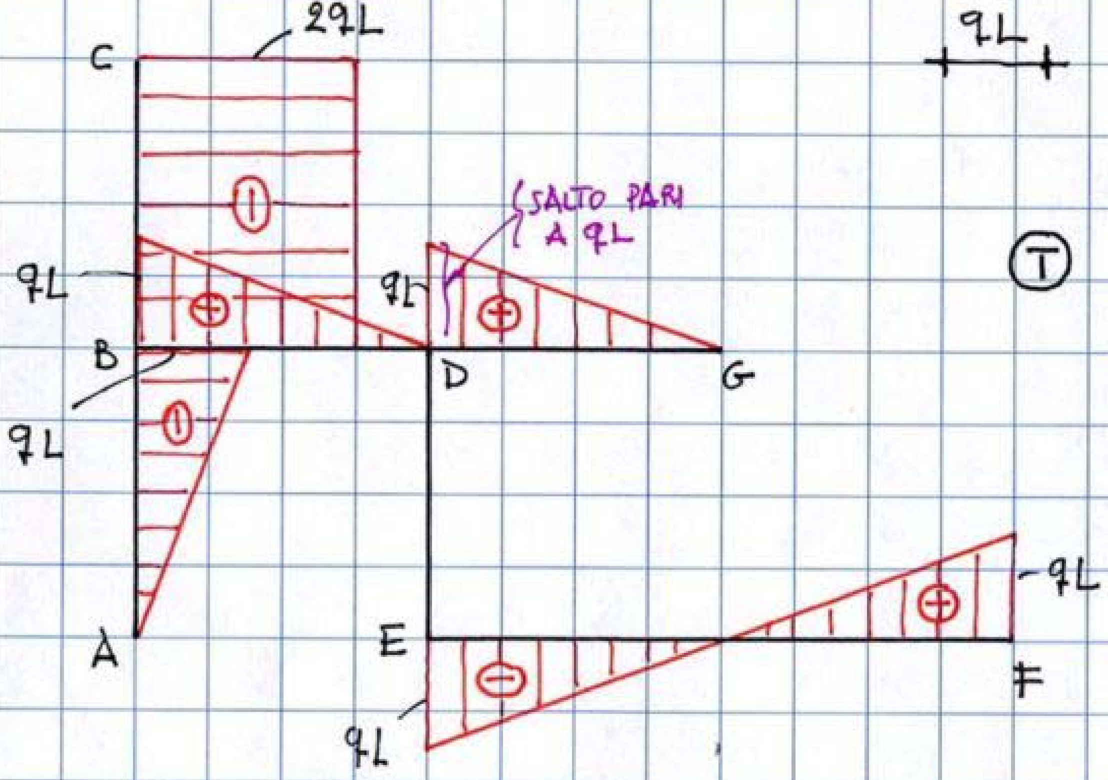
$$\begin{cases} M_E = M(x)\big|_{x=0} = 0 \\ M_F = M(x)\big|_{x=2L} = 0 \end{cases}$$

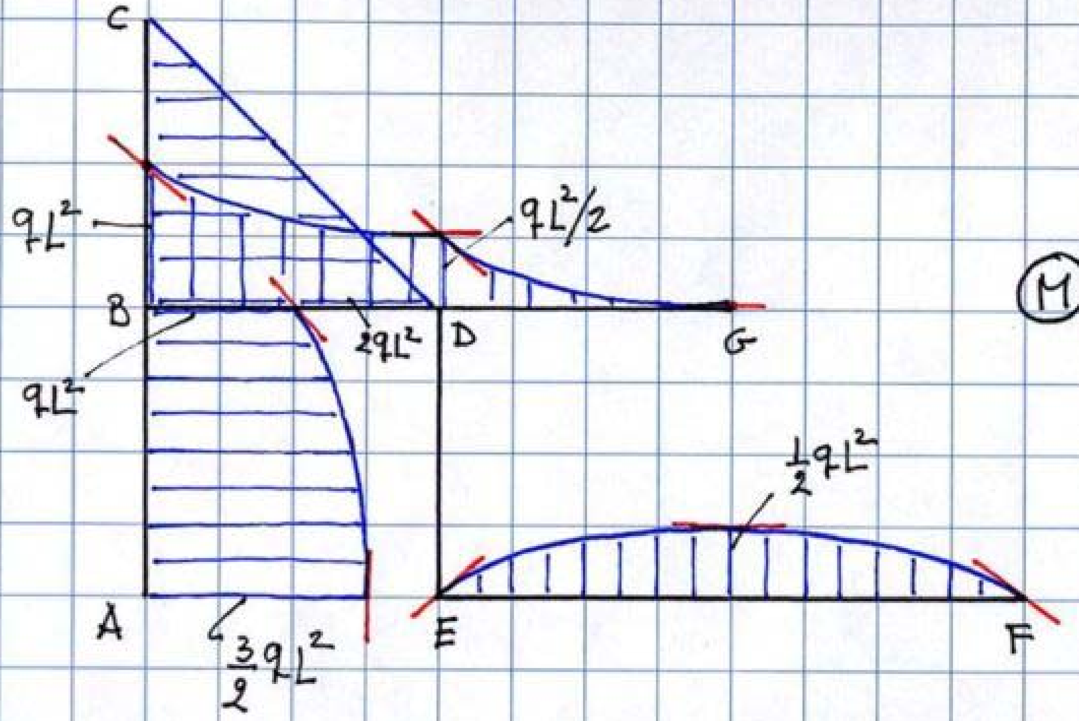
$$M_{max} = M(x)\big|_{x=L} = -\frac{1}{2}qL^2$$

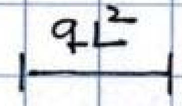
CS - diagrammi

SCBAA LABSTA
campus
FUSCHI
PISANO
SOFI



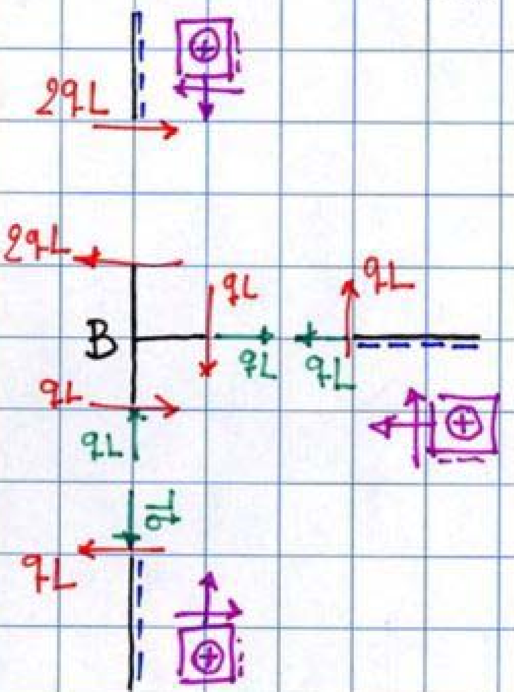





• VERIFICHE AL NODO TRIPLO B

– alla traslazione (cfr. diagrammi N & T)




– alla rotazione (cfr. diagr. M)