

## 9 – Costruzioni in acciaio (2)

---

*Verifiche agli Stati Limite Ultimi e di Esercizio*

*Le seguenti 'slides' costituiscono solo una base per lo sviluppo delle lezioni e, pertanto, non sostituiscono i testi consigliati*

# Gli Stati Limite Ultimi

---

Nel caso delle strutture in acciaio, le NTC08 considerano i seguenti Stati Limite Ultimi (SLU):

- stato limite di *equilibrio*, che riguarda l'equilibrio globale della struttura e delle sue parti;
- stato limite di *collasso*, che riguarda o (i) il raggiungimento della tensione di snervamento, o (ii) il raggiungimento della deformazione ultima del materiale, o (iii) la formazione di un meccanismo di collasso, o (iv) l'instaurarsi di fenomeni di instabilità dell'equilibrio negli elementi o nella struttura nel suo complesso;
- stato limite di *fatica*, che riguarda le variazioni di tensione indotte da carichi ciclici.

La verifica agli Stati Limite Ultimi, quindi, può essere condotta con riferimento o alla *resistenza* del materiale in campo *plastico*, o a possibili fenomeni di *instabilità dell'equilibrio*.

Questi ultimi, che conducono alla perdita della capacità portante anche quando il materiale è in campo *elastico*, possono manifestarsi per la notevole *snellezza* che contraddistingue gli elementi strutturali in acciaio, dovuta alle elevate caratteristiche meccaniche del materiale in rapporto al suo peso specifico.

A tal proposito, una *configurazione* di equilibrio si definisce *instabile* quando, a seguito di una perturbazione esterna, il sistema tende ad allontanarsi dalla sua posizione originaria.

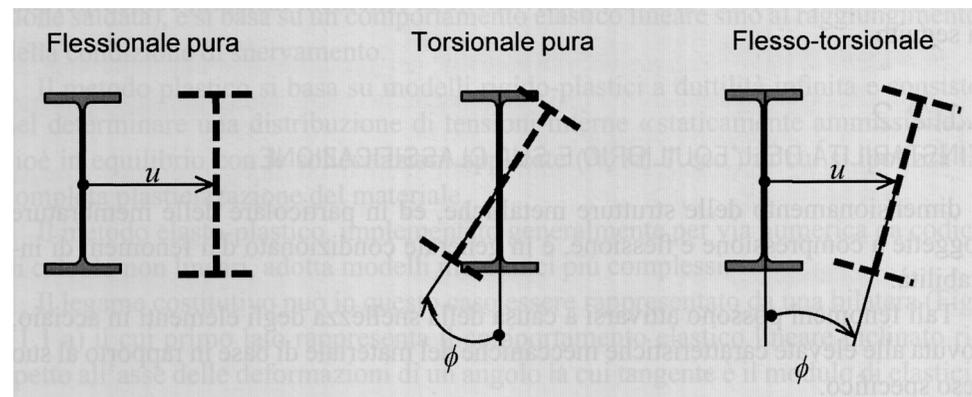
I fenomeni di instabilità che riguardano un elemento strutturale possono essere classificati in *globali* o *locali*.

# Instabilità globale

---

L'*instabilità globale* riguarda un elemento strutturale in tutta la sua interezza ed è caratterizzata da uno spostamento rigido della sezione trasversale nel proprio piano. In funzione del tipo di spostamento, si ha:

- *instabilità flessionale*: lo spostamento rigido della sezione trasversale è di traslazione pura ed è contrastata dalla rigidità flessionale  $EI$  dell'elemento strutturale; per questa ragione lo spostamento avviene nel piano di minore rigidità flessionale;
- *instabilità torsionale*: lo spostamento rigido della sezione trasversale è costituito da una rotazione intorno all'asse geometrico dell'elemento strutturale, contrastata dalla rigidità torsionale  $GJ_t$ ;
- *instabilità flesso-torsionale*: lo spostamento rigido è una combinazione di quelli descritti in precedenza e può manifestarsi nel caso delle travi inflesse; questo fenomeno è anche indicato con il termine di *svergolamento* e determina spostamenti della sezione trasversale ortogonali a quelli dovuti alla flessione, accompagnati da rotazioni torsionali.



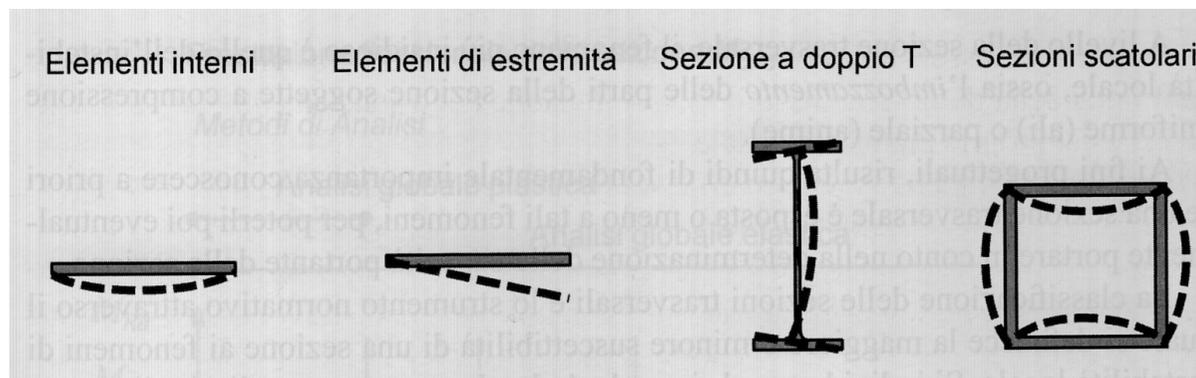
# Instabilità locale

---

L'*instabilità locale* interessa solo una parte dell'elemento strutturale. La sezione si deforma nel proprio piano e presenta spostamenti nulli nei nodi interni, cioè nei punti di intersezione delle parti piane che la costituiscono (*imbozzamento*).

Il fenomeno può riguardare le parti compresse della sezione trasversale, che si instabilizzano localmente per effetto delle tensioni normali, o i pannelli d'anima soggetti a taglio.

L'instabilità locale dipende dai rapporti tra la larghezza e lo spessore delle parti compresse.



Ai fini progettuali è di fondamentale importanza conoscere a priori se una sezione trasversale è esposta al fenomeno dell'instabilità locale.

A tale scopo è necessario classificare le sezioni trasversali degli elementi strutturali sulla base della loro *capacità di plasticizzarsi*.



I fenomeni di instabilità comportano una *riduzione della capacità portante* degli elementi strutturali.

A livello di sezione trasversale, il fenomeno più insidioso è costituito dall'*instabilità locale*, che determina l'*imbozzamento* delle parti di sezione soggette a compressione uniforme, come le ali, o a compressione parziale, come le anime.

La classificazione delle sezione trasversali è lo strumento normativo che consente di definire la maggiore o minore suscettibilità di una sezione nei confronti dei fenomeni di instabilità locale, così da poterne tener conto nella valutazione della sua capacità portante.

Le NTC08 suddividono le sezioni in quattro classi, *duttili*, *compatte*, *semi-compatte* e *snelle*, caratterizzate da un'influenza crescente dei fenomeni d'instabilità locale.

La capacità di una sezione di deformarsi in campo plastico senza instabilizzarsi può essere espressa in funzione della *capacità rotazionale*

$$C_{\theta} = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1$$

in cui  $\theta_u$  e  $\theta_y$  sono le *curvature* corrispondenti al raggiungimento della deformazione ultima  $\varepsilon_u$  e della deformazione allo snervamento  $\varepsilon_y$  rispettivamente.

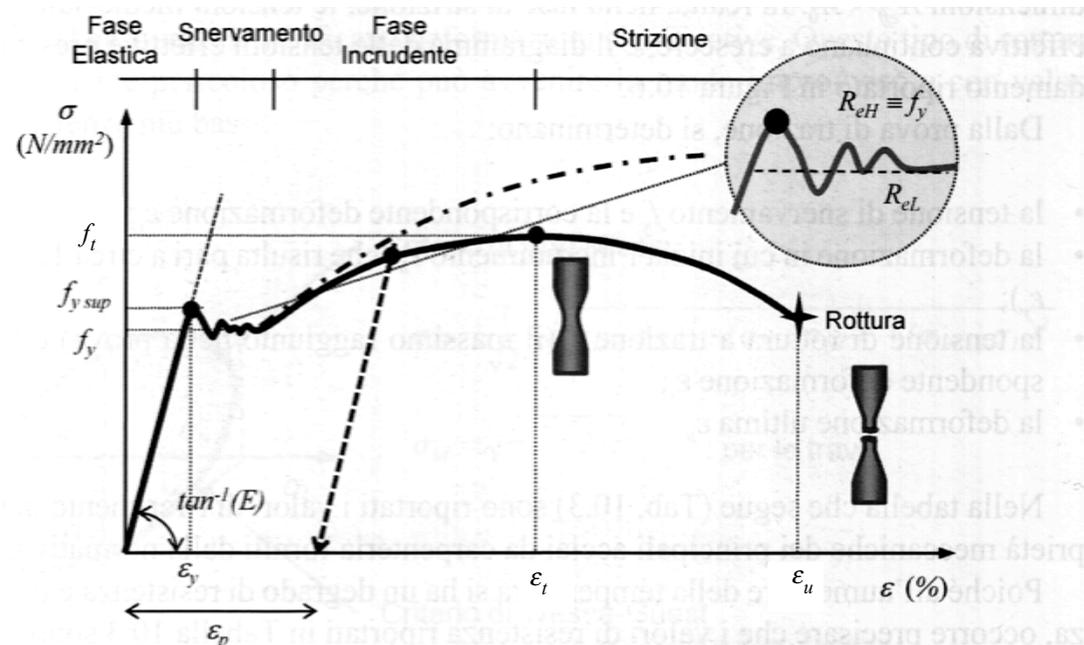
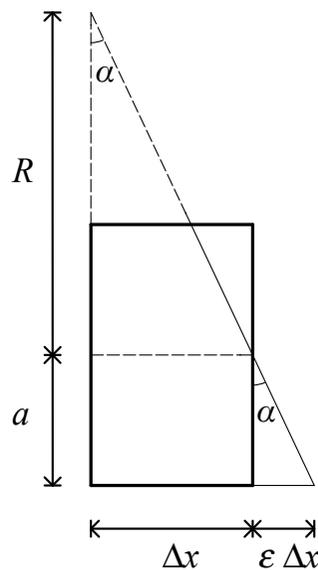
Poiché risulta

$$C_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 = \frac{\theta_u - \theta_y}{\theta_y} = \frac{\Delta\theta_u}{\theta_y}$$

si osserva che la capacità rotazionale  $C_\theta$  può anche essere definita come il rapporto tra la curvatura eccedente quella di snervamento,  $\Delta\theta_u$ , e la curvatura allo snervamento  $\theta_y$ .

Indicando con  $R$  il raggio di curvatura e con  $\alpha$  la rotazione relativa tra due sezioni distanti  $\Delta x$ , per il calcolo della curvatura  $\theta$  si ha:

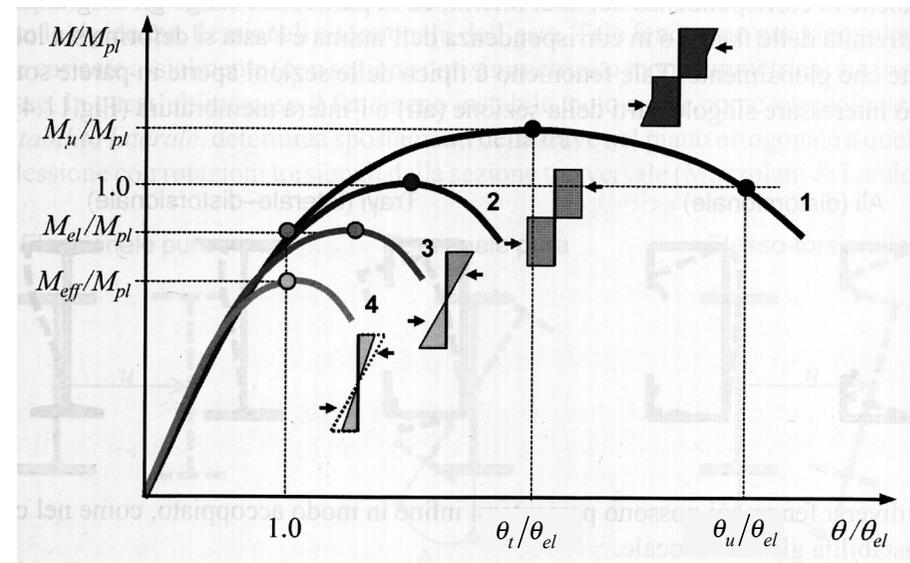
$$\begin{cases} R \cdot \alpha = \Delta x \\ a \cdot \alpha = \varepsilon \cdot \Delta x \end{cases} \Rightarrow R \frac{\varepsilon}{a} \Delta x = \Delta x \Rightarrow \theta = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon}{a} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_y = \frac{\varepsilon_y}{a} \\ \theta_u = \frac{\varepsilon_u}{a} \end{array} \right.$$



Sulla base del valore di  $C_\theta$ , le NTC08 differenziano le sezioni trasversali in quattro classi:

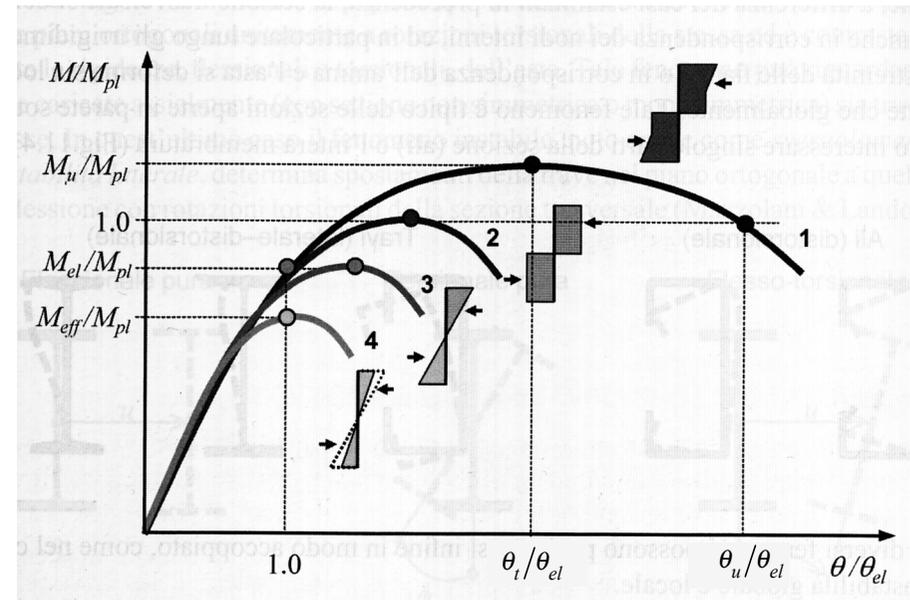
- **classe 1:** quando la sezione è in grado di sviluppare una **cerniera plastica** avente la capacità rotazionale richiesta per l'analisi strutturale condotta con il metodo plastico, di cui al § 4.2.3.2 delle NTC 08, senza subire riduzioni della resistenza. Possono generalmente classificarsi come tali le sezioni, definite **duttili** o **plastiche**, con capacità rotazionale  $C_\theta \geq 3$ .

In questo caso le deformazioni che si sviluppano nelle fibre più sollecitate sono tali da impegnare il materiale nella fase di incrudimento e, pertanto, il **momento ultimo**  $M_u$  è maggiore del **momento resistente plastico**  $M_{pl}$ . Appartengono a questa classe i profili tipo IPE, UPN, HEB, HEM e HEA realizzati con acciaio di grado S235, che sono generalmente impiegati per sistemi strutturali in zone sismiche ad alta duttilità.



- **classe 2:** quando la sezione è in grado di sviluppare il proprio **momento resistente plastico**, cioè quando in tutte le fibre la tensione può raggiungere quella di snervamento. Tuttavia, per il subentrare di fenomeni di instabilità locale in campo plastico, tali sezioni hanno una capacità rotazionale limitata. Possono generalmente classificarsi come tali le sezioni, definite **compatte**, con capacità rotazionale  $C_\theta \geq 1,5$ . Appartengono a questa classe i profili HEA realizzati con acciai di grado S355 e S460, che sono generalmente impiegati per sistemi strutturali in zone sismiche bassa duttilità.

– **classe 3:** quando la tensione di snervamento può essere raggiunta solo nelle fibre più esterne, a causa dei fenomeni di instabilità locale che si verificano tra la prima plasticizzazione e la plasticizzazione completa. Per queste sezioni, definite *moderatamente snelle* o *semi-compatte*, l'instabilità locale impedisce lo sviluppo del *momento resistente plastico*. Ai fini progettuali, pertanto, per sezioni di questa classe è necessario riferirsi al *momento limite elastico*  $M_{el}$ .



– **classe 4:** quando i fenomeni di instabilità locale avvengono in campo elastico, cioè quando le tensioni sono ovunque inferiori a quella di snervamento. Per queste sezioni, definite *snelle*, il calcolo della resistenza può essere eseguito sostituendo la sezione geometrica effettiva con una *sezione ridotta* o *efficace*. Le tipologie di sezioni che appartengono a questa classe sono le lamiere grecate e i profili *cold-formed*.

La classificazione delle sezioni ha richiesto l'introduzione dei concetti di *momento resistente plastico* e di *cerniera plastica*, che saranno definiti nel seguito, nell'ambito della trattazione della *flessione in campo elasto-plastico*.

## Resistenza di calcolo

A tale scopo è necessario prima definire la **resistenza di calcolo** dell'acciaio, che si ottiene dalla relazione

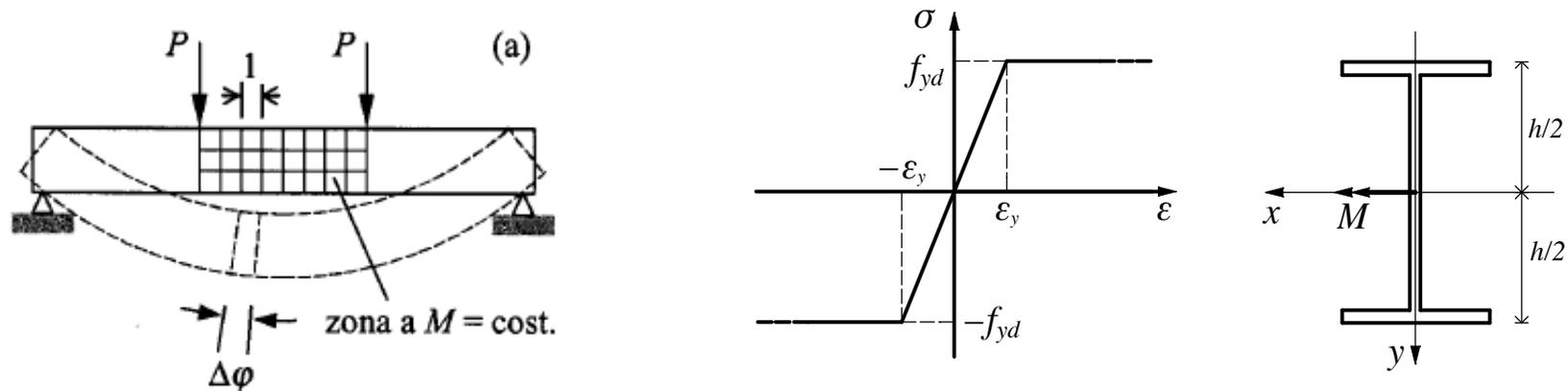
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_M}$$

dove  $f_{yk}$  è la **resistenza caratteristica**, che dipende dal grado dell'acciaio, e  $\gamma_M$  è il **coefficiente parziale di sicurezza**, i cui valori sono riportati nella seguente tabella.

Resistenza	Coefficienti di sicurezza
Resistenza delle sezioni di Classe 1-2-3-4	$\gamma_{M0} = 1.05$
Resistenza all'instabilità delle membrature	$\gamma_{M1} = 1.05$
Resistenza all'instabilità delle membrature di ponti stradali e ferroviari	$\gamma_{M1} = 1.10$
Resistenza, nei riguardi della frattura, delle sezioni tese (indebolite dai fori)	$\gamma_{M2} = 1.25$

Come sarà mostrato più avanti, la resistenza di calcolo di un elemento strutturale alle diverse sollecitazioni si può calcolare in funzione della **resistenza di calcolo** del materiale e delle **proprietà geometriche** (sezione trasversale, lunghezza e condizioni di vincolo), da cui dipendono gli eventuali fenomeni di instabilità locale e/o globale.

Si consideri la trave illustrata in figura. Si assuma che la trave sia costituita da un materiale elastico-perfettamente plastico, che la sezione trasversale sia doppiamente simmetrica e che sia valida l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane fino al collasso (Bernoulli-Eulero).



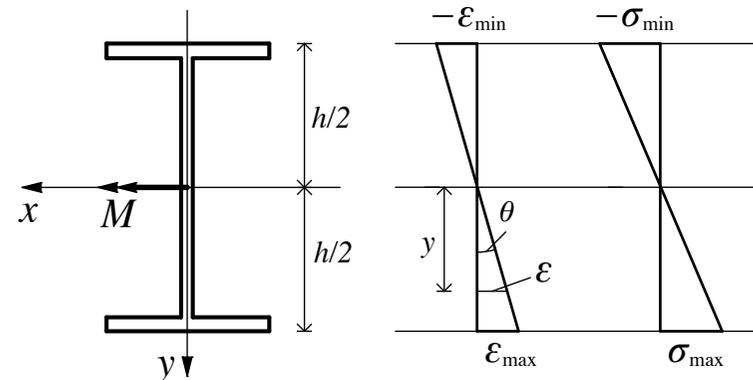
Per effetto del momento flettente, la generica fibra posta a distanza  $y$  dall'asse neutro  $x$  si dilata della quantità

$$\varepsilon = y \cdot \theta$$

in cui  $\theta$  è la curvatura flessionale.

Si noti che, poiché vale l'ipotesi di piccoli spostamenti e di piccole deformazioni, la relazione precedente è stata ricavata avendo posto

$$\tan \theta \approx \theta$$



Se tutte le fibre della sezione sono in campo elastico, le tensioni normali sono legate alle dilatazioni dalla legge di Hooke  $\sigma = E\varepsilon$  e possono essere calcolate mediante la formula di Navier

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

in cui  $I$  è il momento d'inerzia della sezione trasversale rispetto all'asse neutro  $x$ . Il legame momento-curvatura si scrive

$$\theta = \frac{\varepsilon}{y} = \frac{M}{EI}$$

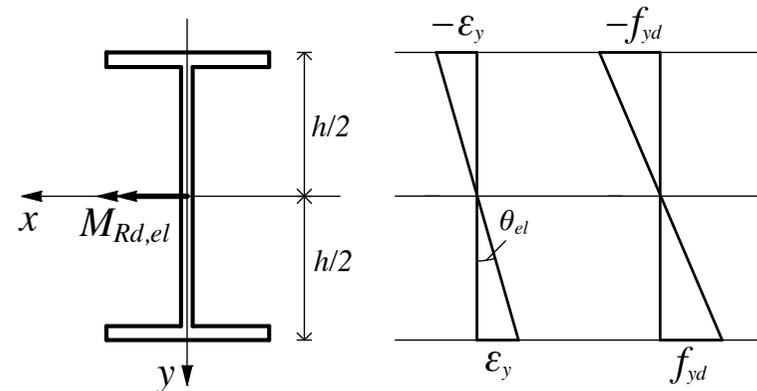
Al crescere del momento flettente, lo sforzo nelle fibre più sollecitate ( $y = \pm h/2$ ) raggiunge il limite elastico, cioè la tensione di snervamento di calcolo  $f_{yd}$ , in corrispondenza del **momento resistente elastico** della sezione

$$M_{Rd,el} = \frac{2I}{h} f_{yd} = W_{el} f_{yd}$$

in cui  $W_{el} = I/(h/2)$  è il **modulo di resistenza elastico**, che dipende solo dalla geometria della sezione.

La curvatura corrispondente al limite elastico vale

$$\theta_{el} = \frac{M_{Rd,el}}{EI} = \frac{2\varepsilon_y}{h}$$



Quando  $M > M_{Rd,el}$ , le fibre più esterne sono in campo plastico e in esse la tensione è costante e pari a  $f_{yd}$ . La sezione, tuttavia, rimane piana e tutte le fibre continuano a dilatarsi della quantità  $\varepsilon = y \cdot \theta$ . In particolare si ha  $\varepsilon_y = y_{el} \cdot \theta$ .

Il **momento resistente plastico** corrisponde alla situazione in cui tutte le fibre della sezione sono plasticizzate. Si può scrivere:

$$M_{Rd,pl} = W_{pl} f_{yd}$$

in cui  $W_{pl}$  è il **modulo di resistenza plastico**, anch'esso dipendente solo dalla geometria della sezione, così come  $W_{el}$ .

Poiché in generale si ha

$$M = \int_A \sigma y dA$$

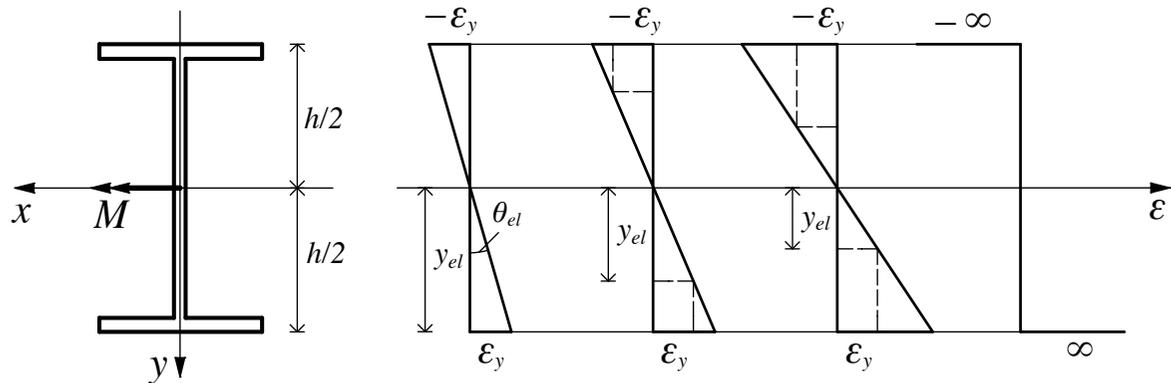
in condizioni limite si può scrivere

$$M_{Rd,pl} = f_{yd} \int_A |y| dA$$

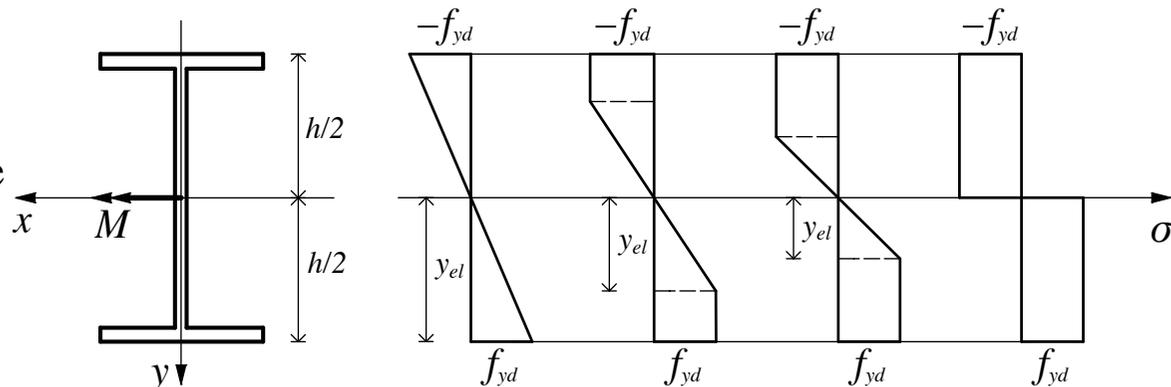
Si ottiene quindi

$$W_{pl} = \int_A |y| dA = 2S$$

in cui  $S$  è il momento statico rispetto all'asse neutro  $x$  della parte di sezione posta al di sopra o al di sotto del medesimo asse.

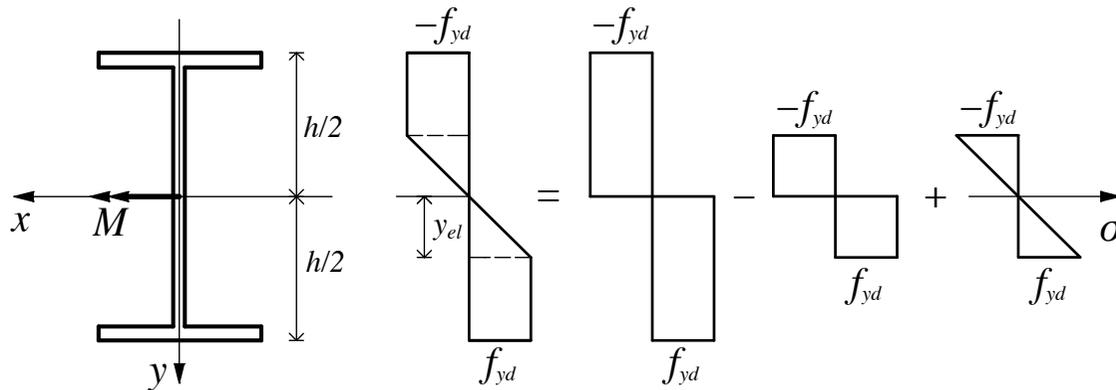


$$M = M_{Rd,el} \quad M_{Rd,el} < M < M_{Rd,pl} \quad M = M_{Rd,pl}$$



Per  $M_{Rd,el} < M < M_{Rd,pl}$ , il momento flettente può essere espresso nella forma

$$M = W_{pl}f_{yd} - W_{pl,e}f_{yd} + W_{el,e}f_{yd}$$



in cui  $W_{pl,e}$  e  $W_{el,e}$  rappresentano rispettivamente i moduli di resistenza plastico ed elastico della parte di sezione ancora in fase elastica.

Dividendo ambo i membri dell'equazione precedente per il momento resistente elastico  $M_{Rd,el}$ , si ottiene

$$\frac{M}{M_{Rd,el}} = \frac{W_{pl}f_{yd} - W_{pl,e}f_{yd} + W_{el,e}f_{yd}}{M_{Rd,el}} = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left( 1 - \frac{W_{pl,e}f_{yd} - W_{el,e}f_{yd}}{M_{Rd,pl}} \right)$$

e infine

$$\frac{M}{M_{Rd,el}} = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left( 1 - \frac{W_{pl,e}f_{yd} - W_{el,e}f_{yd}}{W_{pl}f_{yd}} \right) = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left( 1 - \frac{W_{pl,e} - W_{el,e}}{W_{pl}} \right)$$

...

$$\frac{M}{M_{Rd,el}} = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left( 1 - \frac{W_{pl,e} - W_{el,e}}{W_{pl}} \right)$$

Il rapporto tra il momento resistente plastico,  $M_{Rd,pl}$ , e il momento resistente elastico,  $M_{Rd,el}$ ,

$$\frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} = \frac{W_{pl} f_{yd}}{W_{el} f_{yd}} = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \alpha$$

rappresenta l'incremento del momento resistente per effetto dell'impegno plastico del materiale. Tale rapporto è anche uguale al quoziente tra i corrispondenti moduli di resistenza e, pertanto, dipende solo dalla geometria della sezione. Per tale ragione  $\alpha$  si definisce **fattore di forma**.

Il termine  $(W_{pl,e} - W_{el,e})/W_{pl}$  dipende dall'altezza  $y_{el}$  della zona elastica della sezione. Poiché risulta

$$\varepsilon_y = y_{el} \cdot \theta = \frac{h}{2} \cdot \theta_{el} \quad \text{da cui si ricava} \quad \frac{2y_{el}}{h} = \frac{\theta_{el}}{\theta}$$

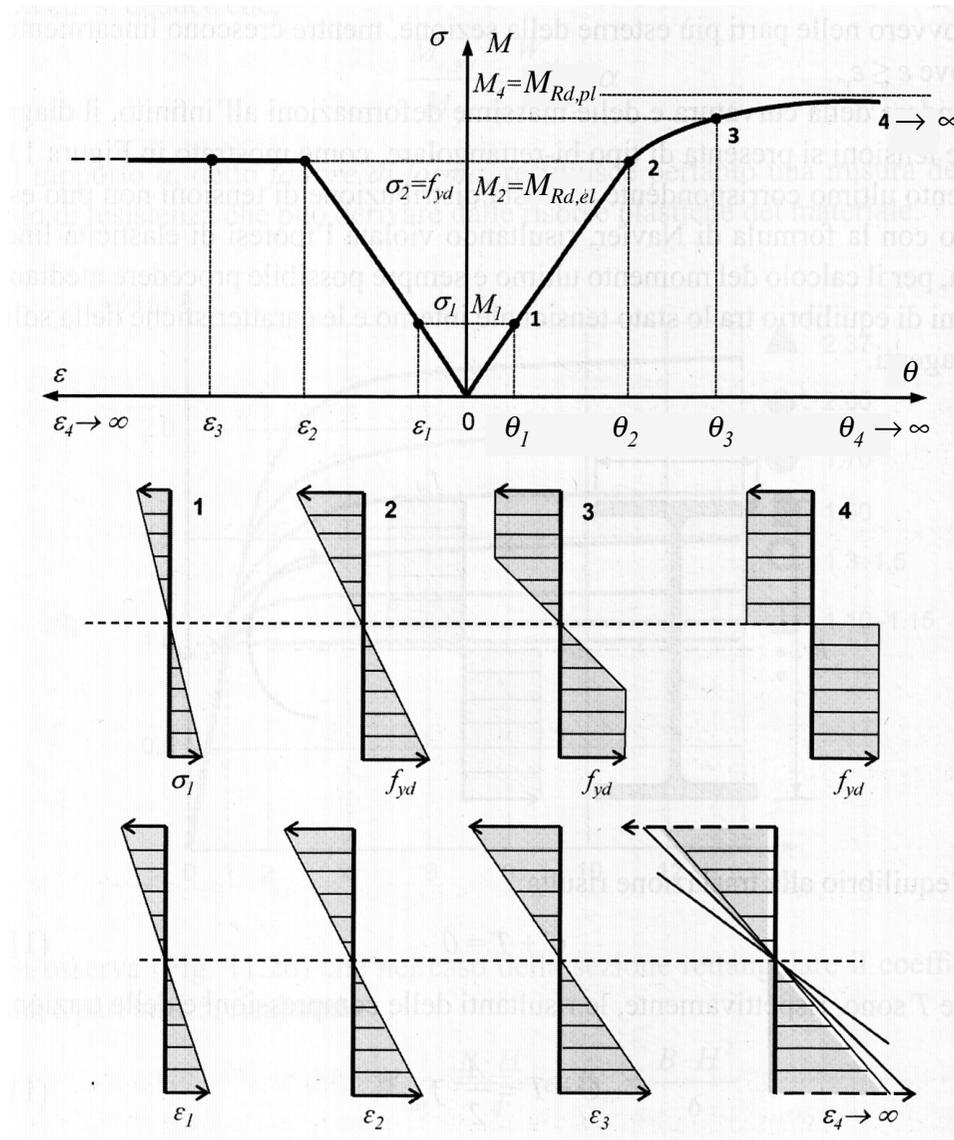
si può anche scrivere

$$\frac{M}{M_{Rd,el}} = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left[ 1 - \phi \left( \frac{\theta_{el}}{\theta} \right)^2 \right]$$

in cui  $\phi$  è una costante che dipende dalla forma della sezione. La relazione precedente rappresenta il legame non lineare momento-curvatura che, in fase plastica, cioè per  $M_{Rd,el} < M < M_{Rd,pl}$ , sostituisce la relazione  $M = EI\theta$ , valida per  $M < M_{Rd,el}$ .

# Flessione in campo elasto-plastico

Per maggiore chiarezza si riportano il legame costitutivo e il legame momento-curvatura in funzione dell'evoluzione dello stato tensionale e dello stato deformativo:



A titolo di esempio si considera il caso della sezione rettangolare sollecitata da un momento flettente  $M_{Rd,el} < M < M_{Rd,pl}$ . Si ha:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad W_{el} = \frac{2I}{h} = \frac{2}{h} \frac{bh^3}{12} = \frac{bh^2}{6} \quad W_{pl} = 2S = 2 \frac{bh}{2} \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{4}$$

$$W_{el,e} = \frac{b(2y_e)^2}{6} = \frac{2by_e^2}{3} \quad W_{pl,e} = \frac{b(2y_e)^2}{4} = by_e^2$$

I momenti resistenti elastico e plastico si scrivono

$$M_{Rd,el} = W_{el} f_{yd} = \frac{bh^2}{6} f_{yd} \quad M_{Rd,pl} = W_{pl} f_{yd} = \frac{bh^2}{4} f_{yd}$$

e il fattore di forma vale

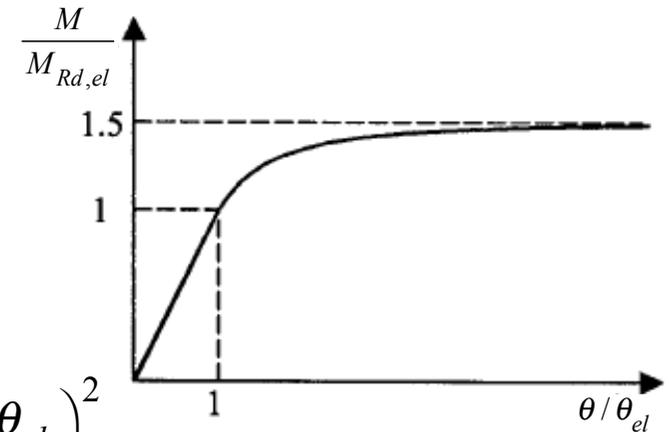
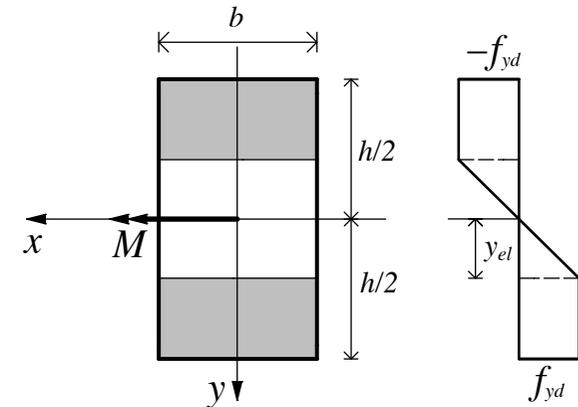
$$\alpha = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{1/4 bh^2}{1/6 bh^2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Infine, poiché risulta

$$\frac{W_{pl,e} - W_{el,e}}{W_{pl}} = \frac{by_e^2 - 2by_e^2/3}{bh^2/4} = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \frac{4y_e^2}{h^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{2y_e}{h}\right)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\theta_{el}}{\theta}\right)^2$$

il legame non lineare momento-curvatura in fase plastica è dato dalla relazione

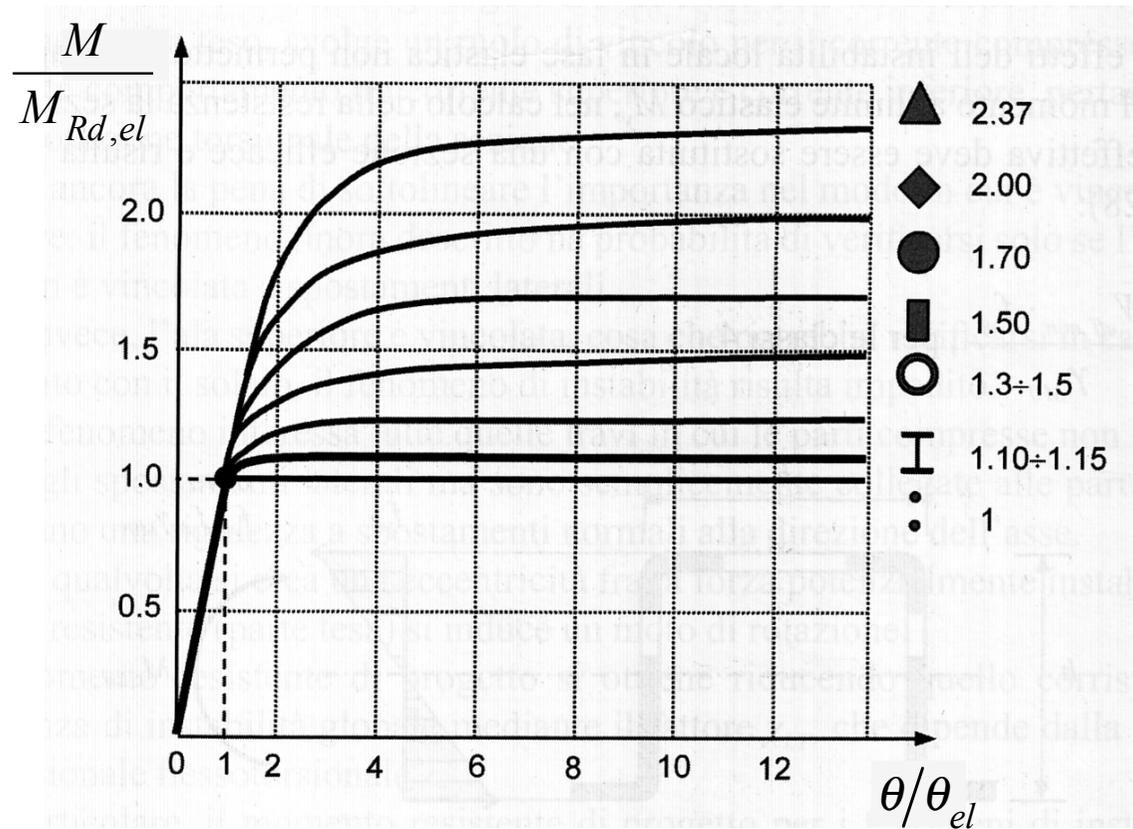
$$\frac{M}{M_{Rd,el}} = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}} \left(1 - \frac{W_{pl,e} - W_{el,e}}{W_{pl}}\right) = 1,5 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\theta_{el}}{\theta}\right)^2\right]$$



# Flessione in campo elasto-plastico

8/8

Per completezza, si riportano i legami momento-curvatura e i valori di  $\alpha$  per diverse forme della sezione trasversale



$$\alpha = \frac{M_{Rd,pl}}{M_{Rd,el}}$$

Si consideri una trave doppiamente appoggiata a sezione costante, costituita da un materiale elastico-perfettamente plastico, sollecitata da una forza  $P$  applicata in mezzeria (a).

Poiché la trave è isostatica, il diagramma del momento è triangolare, indipendentemente dal legame costitutivo. Il valore massimo si manifesta in mezzeria e vale  $M_{max} = PL/4$ .

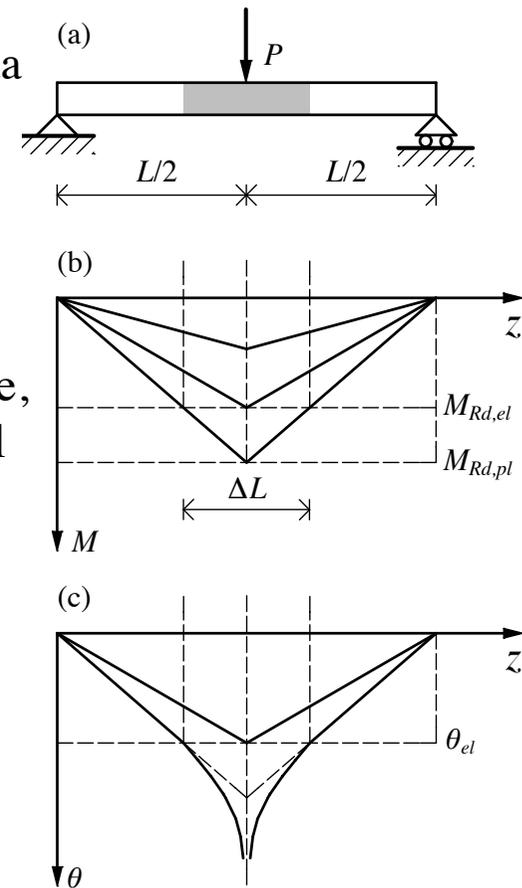
Al crescere di  $P$ , cresce anche il momento massimo che, gradualmente, raggiungerà prima il valore al limite elastico  $M_{Rd,el}$  e infine il valore al limite plastico  $M_{Rd,pl}$ , oltre il quale non può più crescere (b).

Fino a quando  $M_{max} < M_{Rd,el}$ , la curvatura è data da  $\theta = M/EI$  e il suo diagramma risulta triangolare, così come quello del momento.

Quando  $M_{Rd,el} < M_{max} < M_{Rd,pl}$  nell'intorno della sezione di mezzeria alcune fibre si plasticizzano e la curvatura si discosta dall'andamento triangolare, crescendo con maggiore rapidità. Quando  $M_{max} = M_{Rd,pl}$ , nella sezione di mezzeria la curvatura tende a un valore infinito (c).

Le deformazioni plastiche riguardano il tratto di trave dove risulta  $M_{Rd,el} < M < M_{Rd,pl}$ . La sua lunghezza  $\Delta L$ , indicando con  $\alpha$  il fattore di forma, è pari a

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{M_{Rd,pl} - M_{Rd,el}}{M_{Rd,pl}} = 1 - \frac{1}{\alpha}$$



...

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{M_{Rd,pl} - M_{Rd,el}}{M_{Rd,pl}} = 1 - \frac{1}{\alpha}$$

Nel caso di sezione rettangolare si ha

$$\frac{\Delta L}{L} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

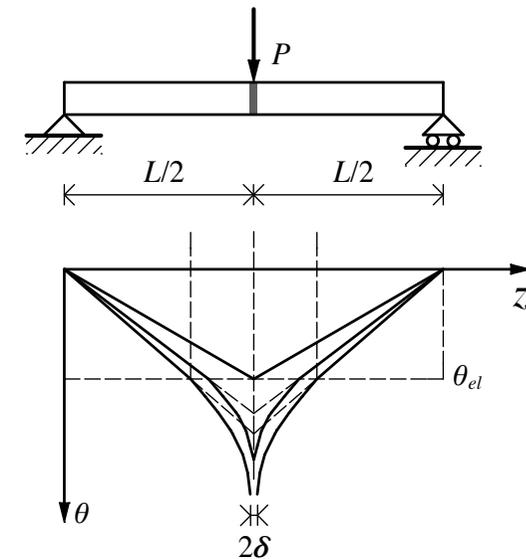
Si nota che l'ampiezza del tratto in cui la curvatura si discosta dall'andamento triangolare è ampio. Tuttavia, il tratto in cui si riscontrano scostamenti significativi è molto più limitato: curvature maggiori del doppio di  $M/EI$  si hanno solo per  $M > 0.96 M_{Rd,pl}$ , valore che si raggiunge in prossimità del collasso e che riguarda solo una piccola porzione di trave attorno alla mezzeria.

Pertanto, per rappresentarne il comportamento globale, la trave può essere supposta ovunque elastica tranne che in un piccolo tratto di ampiezza  $2\delta$  intorno alla mezzeria, dove  $M = M_{Rd,pl}$ . La quantità

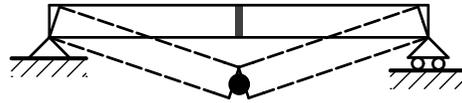
$$\varphi = \int_{L/2-\delta}^{L/2+\delta} \theta dz$$

può essere interpretata come una rotazione relativa tra due tratti di trave che si mantengono elastici.

Per  $M = M_{Rd,pl}$  il mutuo incastro tra i due tratti viene sostituito da una **cerniera**.

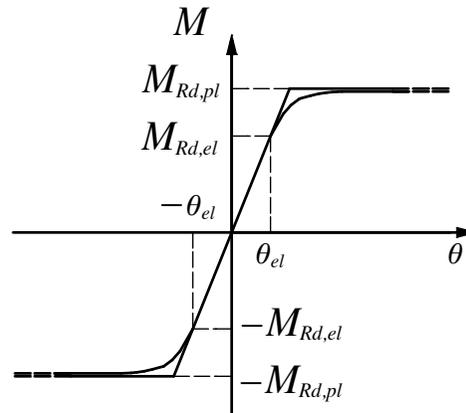


Questa osservazione è alla base dell'idealizzazione del comportamento flessionale nota come *cerniera plastica*.



*cerniera plastica*

Adottare il modello di cerniera plastica equivale a sostituire il legame momento-curvatura della generica sezione con un legame semplificato elastico-perfettamente plastico, formalmente analogo al legame costitutivo del materiale.



Rispetto a una cerniera strutturale, la cerniera plastica presenta due differenze: (i) pur consentendo rotazioni relative tra i due tratti che congiunge, essa trasmette un momento costante, pari a  $M_{Rd,pl}$ ; (ii) è una cerniera *unidirezionale*, che può ruotare solo nel verso della plasticizzazione, cioè compatibilmente con il segno del momento flettente.

Il metodo di analisi basato sul concetto di cerniera plastica prende il nome di *analisi elastica-perfettamente plastica*.

# Regole per la classificazione delle sezioni

Come parametro di riferimento per la classificazione delle sezioni, le NTC08 assumono il rapporto larghezza-spessore ( $c/t$ ) dei diversi elementi compressi.

La **classe della sezione** coincide con quella dell'elemento di classe più alta, definita sulla base del rapporto  $c/t$ , delle condizioni di vincolo, della distribuzione delle tensioni e del grado dell'acciaio.

Nel caso di più condizioni di carico, la classe della sezione va definita con riferimento a tutte le caratteristiche della sollecitazione corrispondenti che inducono tensioni di compressione.

La classe della sezione coincide con la più sfavorevole delle classi delle parti di cui è composta.

Le indicazioni per la classificazione delle sezioni più comuni sono indicate nelle seguenti tabelle in funzione delle diverse modalità di sollecitazione.

Classe	Parte soggetta a flessione	Parte soggetta a compressione	Parte soggetta a flessione e a compressione			
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha-1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	quando $\alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha-1}$ quando $\alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	quando $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67+0,33\psi}$ quando $\psi \leq -1: c/t \leq 62\epsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	$f_{yk}$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

\*)  $\psi \leq -1$  si applica se la tensione di compressione  $\sigma \leq f_{yk}$  o la deformazione a trazione  $\epsilon_v > f_{yk}/E$

# Regole per la classificazione delle sezioni

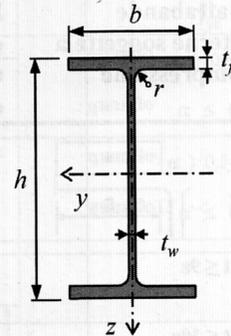
Piattabande esterne						
Profilati laminati a caldo		Sezioni saldate				
Classe	Piattabande esterne soggette a compressione	Piattabande esterne soggette a flessione e a compressione				
		Con estremità in compressione		Con estremità in trazione		
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Distribuzione delle tensioni nelle parti (compressione positiva)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_e}$ Per $k_e$ vedere EN 1993-1-5				
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	$f_{yk}$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Angolari						
Riferirsi anche alle piattabande esterne (v. Tab 4.2.II) Non si applica agli angoli in contatto continuo con altri componenti						
Classe	Sezione in compressione					
Distribuzione delle tensioni sulla sezione (compressione positiva)						
3	$h/t \leq 15\epsilon$ $\frac{b+h}{2t} \leq 11.5\epsilon$					
Sezioni Tubolari						
Sezione inflessa e/o compressa						
1	$d/t \leq 50\epsilon^2$					
2	$d/t \leq 70\epsilon^2$					
3	$d/t \leq 90\epsilon^2$ (Per $d/t > 90\epsilon^2$ vedere EN 1993-1-6)					
$\epsilon = \sqrt{235/f_{yk}}$	$f_{yk}$	235	275	355	420	460
	$\epsilon$	1.00	0.92	0.81	0.75	0.71
	$\epsilon^2$	1.00	0.85	0.66	0.56	0.51

# Un esempio

ESEMPIO 11.1 – Classificazione di una sezione a doppio T inflessa  
 Classificare a flessione un profilo IPE300 in acciaio S275 (Fig. 11.7).

Dati	Incognite
$h = 300 \text{ mm}$	Classe del profilo
$b = 150 \text{ mm}$	
$t_f = 10.7 \text{ mm}$	
$t_w = 7.1 \text{ mm}$	
$r = 15 \text{ mm}$	
$f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$	

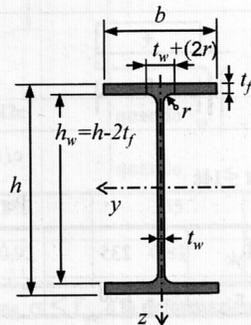


## Svolgimento

Per l'acciaio S275 si ha

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0.924$$

In riferimento alla Figura 11.8, si controlla il rapporto  $c/t$  per:



1) l'ala

$$\frac{c}{t} = \frac{b - t_w - (2 \cdot r)}{2} \cdot \frac{1}{t_f} = \frac{150 - 7,1 - (2 \cdot 15)}{2 \cdot 10,7} = 5.28$$

Confrontando tale valore con quello limite imposto dalla normativa (Tab. 11. 2), si ha:

$$\frac{c}{t} = 5.28 \leq 9 \cdot \varepsilon = 8.32$$

Dunque l'ala è di classe 1

2) l'anima

$$\frac{c}{t} = \frac{h - (2 \cdot t_f) - (2 \cdot r)}{t_w} = \frac{300 - (2 \cdot 10.7) - (2 \cdot 15)}{7.1} = 35.01$$

Confrontando tale valore con quello limite imposto dalla normativa (Tab. 11. 2), si ha:

$$\frac{c}{t} = 35.01 \leq 72 \cdot \varepsilon = 66.56$$

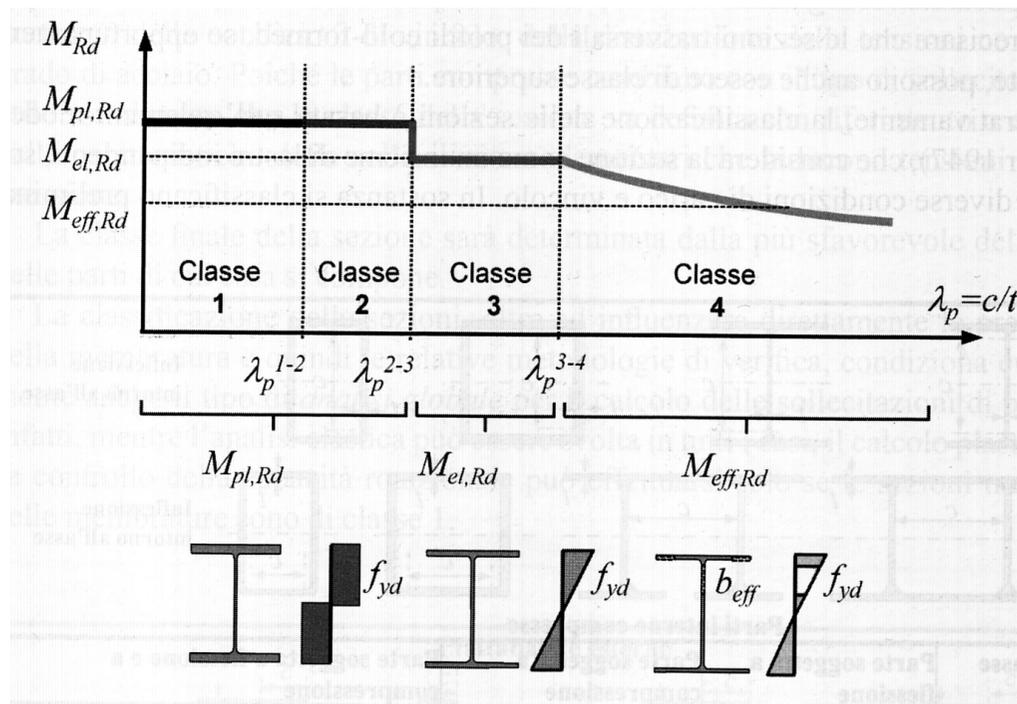
L'anima è di classe 1

Il profilo IPE 300 in acciaio S275 sollecitato flessione pura è, pertanto, di classe 1.

# Capacità resistente delle sezioni

La *capacità resistente delle sezioni* nei confronti delle sollecitazioni di sforzo normale, flessione, taglio e torsione può essere determinata con uno dei seguenti metodi:

- **Metodo elastico (E)**: si assume un comportamento elastico lineare del materiale, fino al raggiungimento della tensione di snervamento; questo metodo può essere applicato a tutte le classi di sezioni, considerando la sezione efficace nel caso di sezioni di classe 4.
- **Metodo plastico (P)**: si assume la completa plasticizzazione del materiale; questo metodo può essere applicato solo a sezioni di classe 1 e 2.
- **Metodo elasto-plastico (EP)**: si assumono legami costitutivi di tipo bilineare o più complessi; questo metodo può essere applicato a tutti i tipi di sezione.



# Metodi di analisi globale

La classificazione delle sezioni, oltre a influenzare le prestazioni dell'elemento strutturale e i relativi metodi di verifica, condiziona anche il tipo di *analisi globale* per il calcolo delle sollecitazioni di progetto.

L'analisi globale della struttura può essere condotta con uno dei seguenti metodi:

- **Metodo elastico (E)**: si valutano gli effetti delle azioni nell'ipotesi che il legame tensione-deformazione del materiale sia indefinitamente lineare; questo metodo è applicabile a strutture composte da sezioni di classe qualsiasi.
- **Metodo plastico (P)**: gli effetti delle azioni si valutano trascurando la deformazione elastica degli elementi strutturali e concentrando le deformazioni plastiche nelle sezioni di formazione delle cerniere plastiche; questo metodo è applicabile a strutture interamente composte da sezioni di classe 1.
- **Metodo elasto-plastico (EP)**: gli effetti delle azioni si valutano introducendo nel modello il legame momento-curvatura delle sezioni ottenuto considerando un legame costitutivo di tipo bilineare o più complesso; questo metodo è applicabile a strutture composte da sezioni di classe qualsiasi.

Metodo di analisi globale	Metodo di calcolo della capacità resistente della sezione	Tipo di sezione
(E)	(E)	tutte <sup>(*)</sup>
(E)	(P)	compatte (classi 1 e 2)
(E)	(EP)	tutte <sup>(*)</sup>
(P)	(P)	compatte di classe 1
(EP)	(EP)	tutte <sup>(*)</sup>

(\*) per le sezioni di classe 4 la capacità resistente può essere calcolata con riferimento alla sezione efficace.

Nel caso della verifica allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a trazione sono note:

- la geometria dell'elemento strutturale;
- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- lo sforzo normale di trazione di calcolo  $N_{Sd}$ .

La verifica è soddisfatta se risulta

$$N_{Rd,t} \geq N_{Sd}$$

dove  $N_{Rd,t}$  è la resistenza di calcolo a trazione dell'elemento strutturale, che dipende dal meccanismo di crisi che si considera. In generale si deve sempre considerare lo snervamento della sezione corrente, cui si aggiunge, nel caso di collegamenti bullonati, il meccanismo di rottura della sezione netta in corrispondenza dei fori. Pertanto, in questo caso la resistenza di calcolo da prendere in considerazione è la minore tra le due, cioè

$$N_{Rd,t} = \min(N_{Rd,pl}, N_{Rd,u})$$

dove  $N_{Rd,pl}$  è la resistenza plastica della sezione lorda, mentre  $N_{Rd,u}$  è la resistenza a rottura della sezione netta (depurata dai fori).

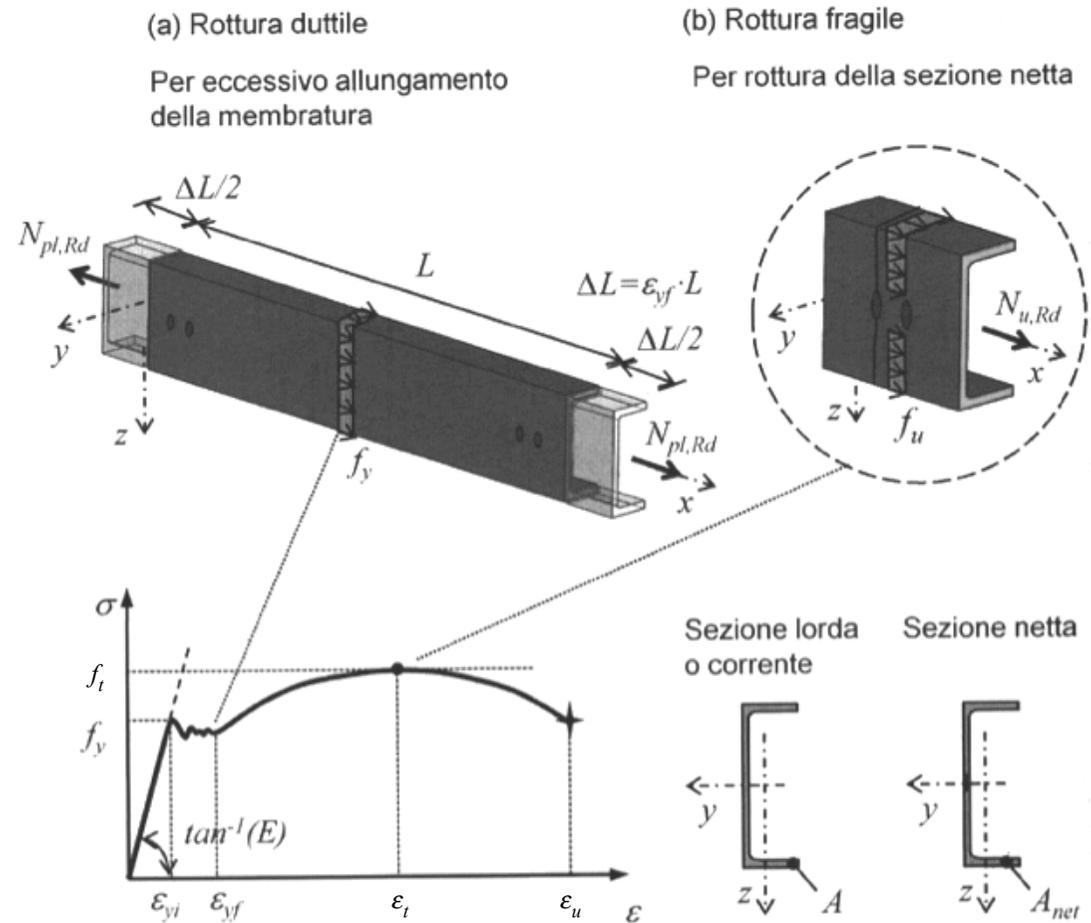
# Verifica nel caso di sforzo normale di trazione

Per le due condizioni di crisi, l'equilibrio alla traslazione nella direzione dell'asse dell'elemento strutturale fornisce:

$$N_{Rd,pl} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}} \qquad N_{Rd,u} = \frac{0,9 \cdot A_{net} \cdot f_{tk}}{\gamma_{M2}}$$

con  $\gamma_{M0} = 1,05$  e  $\gamma_{M2} = 1,25$ .

Nel caso in cui l'asta tesa sia costituita da un solo angolare collegato a un fazzoletto su una delle ali, per considerare gli effetti della flessione parassita, il fattore 0,9 viene sostituito da un coefficiente variabile tra 0,4 (per due bulloni con passo inferiore a 2,5 volte il diametro del foro) a 0,7 (per due o tre bulloni con passo maggiore di 5 volte il diametro del foro).



# Un esempio

## ESEMPIO 11.2 – Verifica allo SLU di un'asta tesa in acciaio

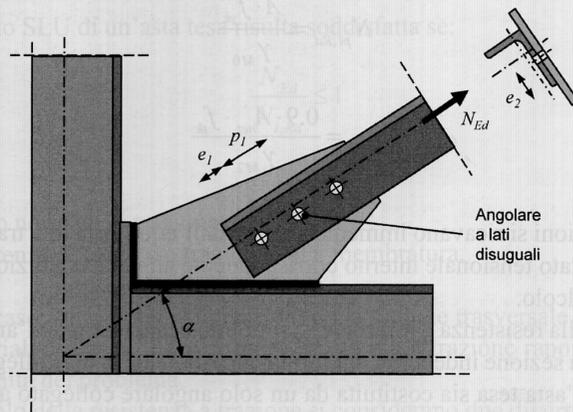
Verificare allo SLU l'asta tesa di una diagonale di controvento soggetta ad uno sforzo di trazione  $N_{Ed} = 200$  kN realizzata con un angolare L 120×80×12 in acciaio S275 (Fig. 11.10), collegata ad una piastra di attesa attraverso una singola fila di bulloni M16 inseriti in fori del diametro  $d_o = 17$  mm disposti ad un passo  $p_1$  di 90 mm.

### Dati

$h_{ala1} = 120$  mm  
 $h_{ala2} = 80$  mm  
 $t = 12$  mm  
 $d_o = 17$  mm  
 $e_1 = 50$  mm  
 $e_2 = 60$  mm  
 $p_1 = 90$  mm  
 $f_{yk} = 275$  N/mm<sup>2</sup>  
 $f_{tk} = 430$  N/mm<sup>2</sup>  
 $N_{Ed} = 200$  kN  
 $\gamma_{M0} = 1,05$   
 $\gamma_{M2} = 1,25$

### Incognite

$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$



### Svolgimento

In riferimento alla relazione 11.4 (cfr. §11.3.1), ai fini della verifica la resistenza ultima del collegamento sarà quella minore tra:

1) la resistenza plastica ( $N_{pl,Rd}$ ) della sezione lorda ( $A$ ), ovvero

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{2269 \cdot 275}{1.05} = 594.26 \text{ kN}$$

2) la resistenza a rottura ( $N_{u,Rd}$ ) della sezione netta ( $A_{net}$ ), ovvero

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta_s \cdot A_{net} \cdot f_{tk}}{\gamma_{M2}} = \frac{0.7 \cdot [2269 - (12 \cdot 17)] \cdot 430}{1.25} = 497.25 \text{ kN}$$

In cui  $\beta_s = 0,7$  è un valore tabellato dalla normativa (cfr Tab. 3.8 EN 1993-1-8:2005) e calcolato in base al numero di bulloni (che in questo caso è pari a 3) e al passo ( $p_1 \geq 5 d_o$ ).

Pertanto la resistenza a trazione della diagonale è governata dalla rottura della sezione netta (rottura fragile), infatti:

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd}) = \min(594.26 \text{ kN}; 497.25 \text{ kN}) = N_{u,Rd} = 497.25 \text{ kN}$$

Verifica allo SLU

$$N_{Ed} = 200 \text{ kN} \leq N_{t,Rd} = 497.25 \text{ kN}$$

La verifica di sicurezza risulta soddisfatta essendo la sollecitazione di calcolo ( $N_{Ed}$ ) inferiore alla resistenza di progetto ( $N_{t,Rd}$ ).

# Progetto nel caso di sforzo normale di trazione

---

Nel caso del progetto allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a trazione sono note:

- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- lo sforzo normale di trazione di calcolo  $N_{Sd}$ .

Sono incognite:

- le dimensioni della sezione trasversale in funzione del tipo di profilato adottato.

Ponendo

$$N_{Rd,pl} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}} \geq N_{Sd}$$

si ottiene

$$A \geq \frac{N_{Sd} \cdot \gamma_{M0}}{f_{yk}}$$

Nel caso di collegamenti bullonati, si procede poi al calcolo di  $N_{Rd,u}$  e si conduce la verifica come specificato in precedenza.

Allo scopo di garantire una rottura duttile dell'elemento, come è richiesto in zona sismica, l'elemento strutturale deve essere progettato in modo che risulti

$$N_{Rd,pl} \leq N_{Rd,u}$$

Nel caso della verifica allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a compressione sono note:

- la geometria dell'elemento strutturale;
- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- lo sforzo normale di compressione di calcolo  $N_{Sd}$ .

La verifica è soddisfatta se risulta

$$N_{Rd} \geq N_{Sd}$$

dove  $N_{Rd}$  è la resistenza di calcolo a compressione dell'elemento strutturale, che dipende dall'eventuale presenza di fenomeni di instabilità locale e globale. A tale proposito, è utile distinguere tra la resistenza di calcolo a compressione della sezione,  $N_{Rd,c}$ , e la resistenza di calcolo globale,  $N_{Rd,b}$ , che tiene conto dell'instabilità dell'elemento strutturale ( $b = \text{buckling}$ ).

Il calcolo di  $N_{Rd}$ , pertanto, deve essere svolto considerando le seguenti possibili situazioni:

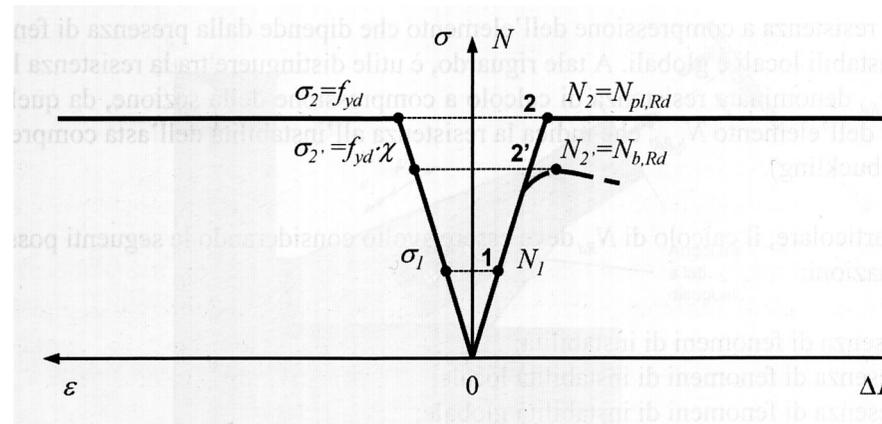
- assenza di fenomeni di instabilità;
- presenza di fenomeni di instabilità locale;
- presenza di fenomeni di instabilità globale;
- presenza di fenomeni di instabilità locale e globale.

## *Assenza di fenomeni di instabilità locale e globale (sezioni di classe 1, 2, 3)*

In assenza di fenomeni di instabilità locale e globale, la crisi viene raggiunta per plasticizzazione della sezione trasversale. Al crescere dello sforzo normale, l'elemento strutturale subisce una deformazione uniforme e il diagramma delle tensioni è costante. La capacità portante viene raggiunta quando la tensione raggiunge la resistenza di calcolo del materiale  $f_{yd}$ , condizione che, come osservato in precedenza, corrisponde alla completa plasticizzazione della sezione. Si ha

$$N_{Rd,c} = N_{Rd,pl} = A \cdot f_{yd} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$

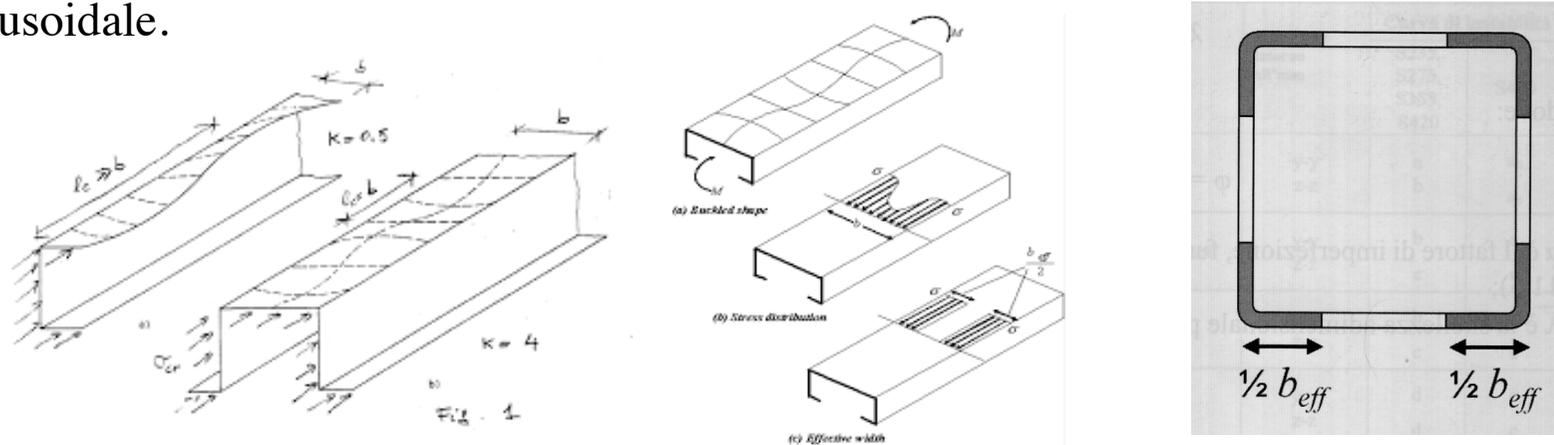
Questa relazione mostra che, in assenza di fenomeni di instabilità, il comportamento a compressione di un elemento strutturale è uguale a quello in trazione.



Avendo ipotizzato l'assenza di fenomeni d'instabilità locali, la formula precedente vale solo per sezioni di classe 1, 2 e 3.

## *Presenza di fenomeni di instabilità locale (sezioni di classe 4)*

Si considera il caso di sezioni di classe 4, in cui l'elemento strutturale può essere soggetto a **instabilità locale**, consistente in un **imbozzamento** delle pareti secondo un andamento sinusoidale.



In questo caso, la capacità portante  $N_{Rd,c}$  della sezione è inferiore alla resistenza nominale al limite elastico. Il suo valore può essere definito con riferimento a una sezione resistente ridotta  $A_{eff}$ , le cui dimensioni sono definite in funzione delle larghezze efficaci  $b_{eff}$ .

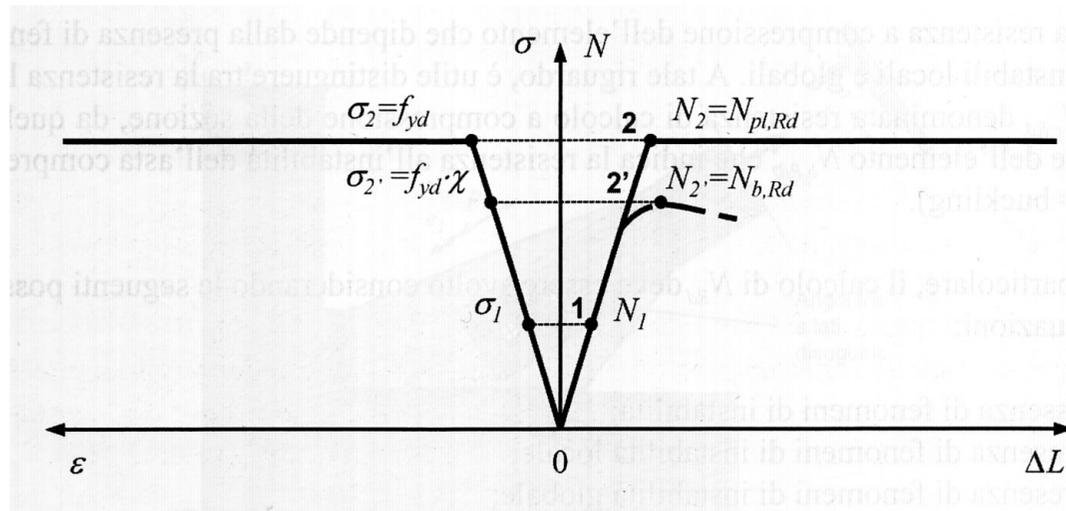
L'area efficace  $A_{eff}$  si ottiene moltiplicando l'area effettiva  $A$  per un coefficiente riduttivo  $\beta$ , funzione del rapporto tra larghezza e spessore della parete della sezione. Si ha

$$N_{Rd,c} = A_{eff} f_{yd} = \beta \cdot A \cdot f_{yd}$$

## *Presenza di fenomeni di instabilità globale (sezioni di classe 1, 2 e 3)*

L'instabilità globale di tipo flessionale comporta lo *sbandamento laterale* di un elemento strutturale compresso e può verificarsi in corrispondenza di livelli tensionali inferiori al limite elastico del materiale. In questo caso la capacità portante si ottiene riducendo opportunamente la capacità al limite elastico  $N_{Rd,pl}$  mediante un coefficiente  $\chi$ . Si ha

$$N_{Rd,b} = \chi N_{Rd,pl} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$



Nel seguito si riporta il procedimento per la valutazione del coefficiente di riduzione  $\chi$ .

## Carico critico euleriano

Il più piccolo valore dello sforzo assiale per cui possono verificarsi fenomeni di instabilità globale prende il nome di **carico critico**, la cui espressione analitica, determinata nel 1759 dal matematico svizzero Leonhard Euler, assume la forma

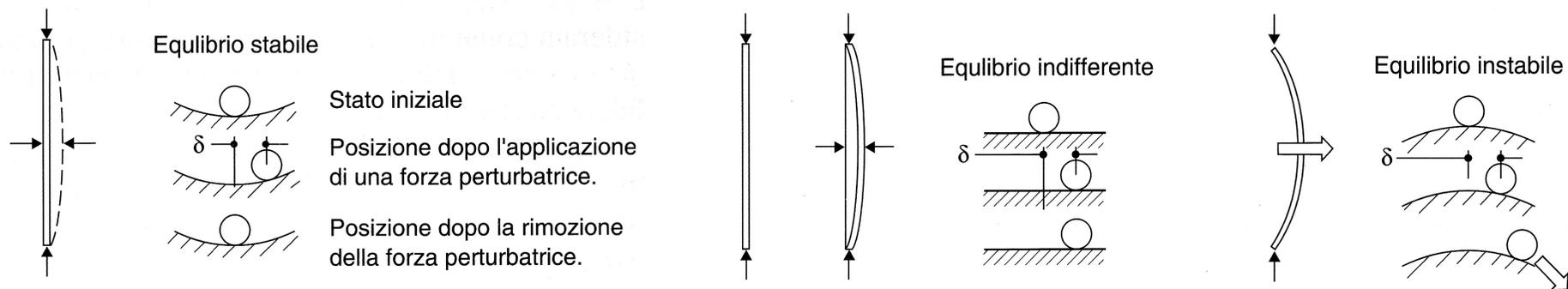
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{L_0^2}$$



in cui

- $E$  è il modulo di elasticità del materiale;
- $I_{\min}$  è il momento di inerzia minimo della sezione trasversale rispetto a un asse baricentrico;
- $L_0$  è la lunghezza libera d'inflexione, cioè la distanza tra due successivi punti di flesso della configurazione deformata instabile.

## Carico critico



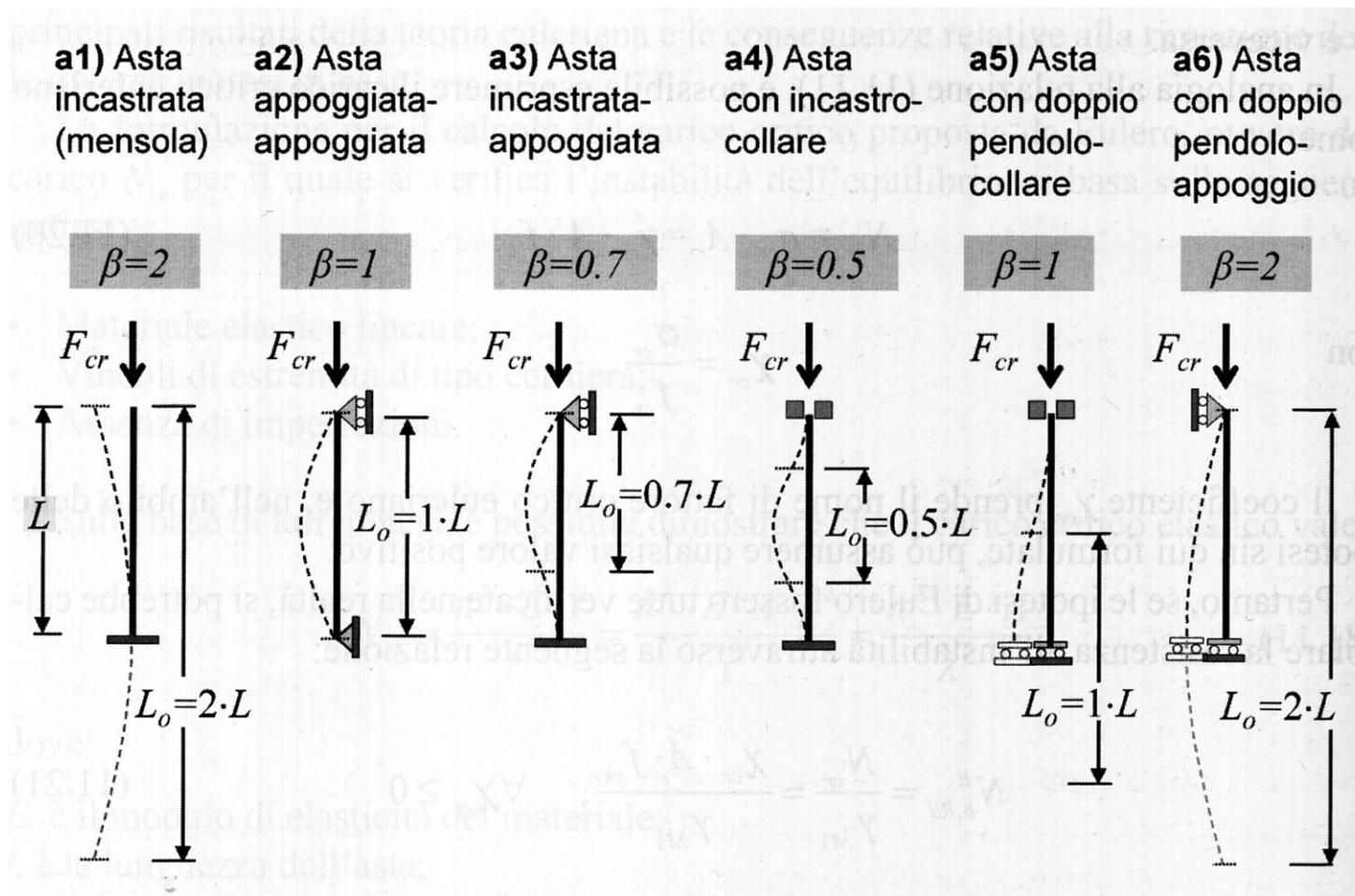
# Verifica nel caso di sforzo normale di compressione

6/15

In generale, la lunghezza libera di inflessione dipende dalle condizioni di vincolo e si ottiene mediante l'espressione

$$L_0 = \beta \cdot L$$

dove  $L$  è la lunghezza geometrica e  $\beta$  è un coefficiente di vincolo che assume i seguenti valori:



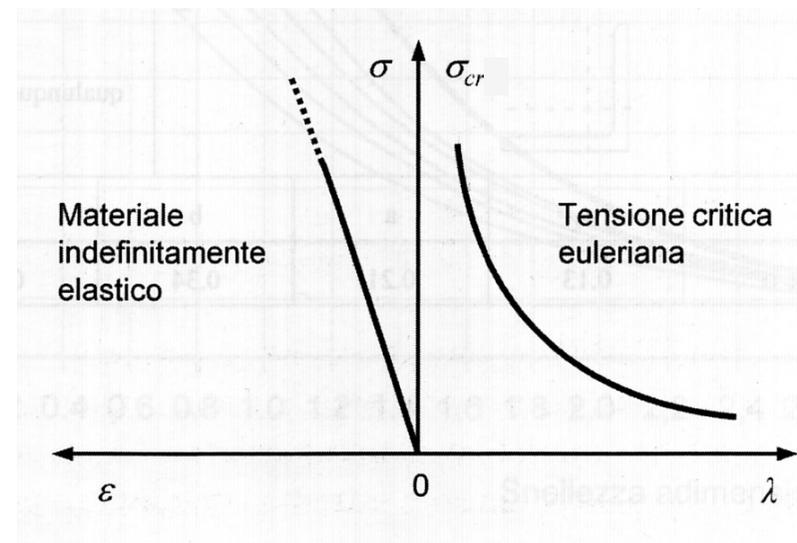
La *tensione critica*, corrispondente al carico critico euleriano, si ottiene dalla relazione

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{A \cdot L_0^2} = \frac{\pi^2 E \cdot A \rho_{\min}^2}{A \cdot L_0^2} = \frac{\pi^2 E}{(L_0/\rho_{\min})^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

in cui  $\rho_{\min}$  è il raggio minimo d'inerzia della sezione trasversale e

$$\lambda = \frac{L_0}{\rho_{\min}}$$

prende il nome di *snellezza geometrica*. Nel piano  $\lambda$ - $\sigma_{cr}$  la relazione precedente corrisponde a un'iperbole equilatera, detta *iperbole di Eulero*.



## *Limiti di validità del carico critico euleriano*

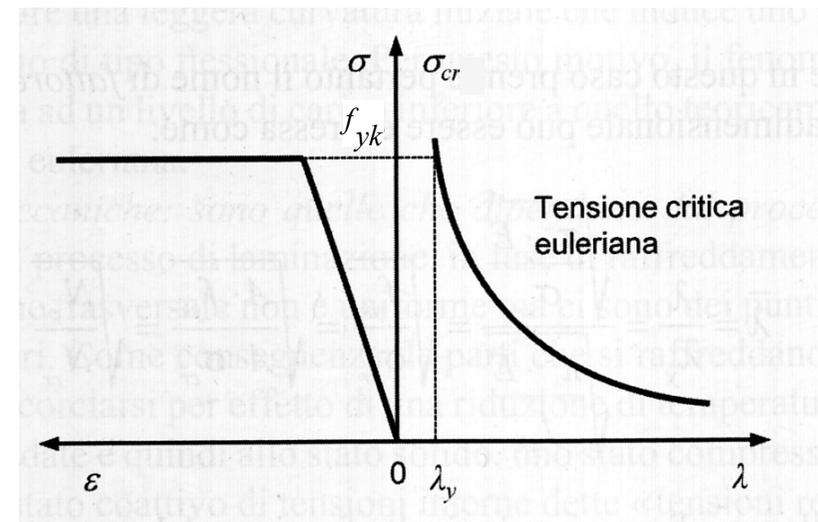
Tuttavia, l'espressione del carico critico euleriano è ricavata nell'ipotesi di materiale linearmente elastico e infinitamente resistente. In realtà, una volta raggiunta la tensione caratteristica di snervamento  $f_{yk}$ , l'acciaio non è in grado di sopportare ulteriori incrementi di carico. La tensione critica, quindi, non può mai superare la tensione di snervamento. Nel piano  $\lambda$ - $\sigma_{cr}$  tale valore corrisponde alla cosiddetta **snellezza limite**  $\lambda_y$ .

In altre parole, la snellezza limite  $\lambda_y$  è quel valore della snellezza per cui la tensione critica euleriana coincide con la tensione di snervamento, cioè  $\sigma_{cr} = f_{yk}$ . In questo caso l'asta raggiunge contemporaneamente la crisi per schiacciamento e instabilità e si ha

$$\sigma_{cr} = f_{yk} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \quad \rightarrow \quad \lambda_y = \pi \sqrt{\frac{E}{f_{yk}}}$$

La snellezza limite consente di suddividere gli elementi strutturali in due gruppi:

- **aste snelle**, con  $\lambda > \lambda_y$ , per cui il collasso avviene per instabilità;
- **aste tozze**, con  $\lambda < \lambda_y$ , per cui il collasso avviene per schiacciamento del materiale.



## *Snellezza adimensionale o meccanica*

Il carico critico euleriano, pertanto, può essere espresso come frazione dello sforzo normale resistente caratteristico, cioè

$$N_{cr} = \chi_{cr} \cdot N_{Rk,pl} = \chi_{cr} \cdot A \cdot f_{yk}$$

in cui

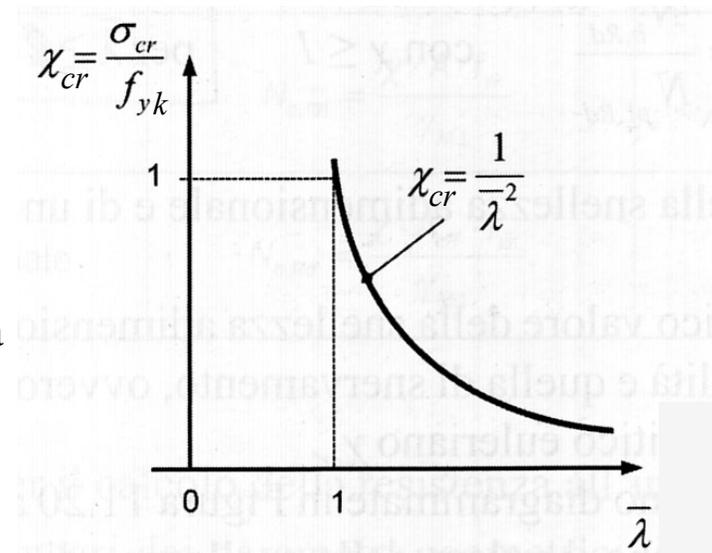
$$\chi_{cr} = \frac{N_{cr}}{A \cdot f_{yk}} = \frac{A \cdot \sigma_{cr}}{A \cdot f_{yk}} = \frac{\sigma_{cr}}{f_{yk}}$$

Introducendo la *snellezza adimensionale*

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_y} = \frac{\pi \sqrt{E/\sigma_{cr}}}{\pi \sqrt{E/f_{yk}}} = \sqrt{\frac{f_{yk}}{\sigma_{cr}}}$$

che prende anche il nome di *snellezza meccanica*, si ha

$$\chi_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{f_{yk}} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$



Nel piano  $\bar{\lambda}-\chi_{cr}$ , la relazione precedente individua un'iperbole, che corrisponde alla curva di instabilità euleriana adimensionalizzata. Il limite di separazione tra aste tozze e snelle è pari a  $\bar{\lambda} = 1$ . Risulta quindi  $\chi_{cr} = 1$  per le aste tozze e  $\chi_{cr} < 1$  per le aste snelle.

## *Effetto delle imperfezioni*

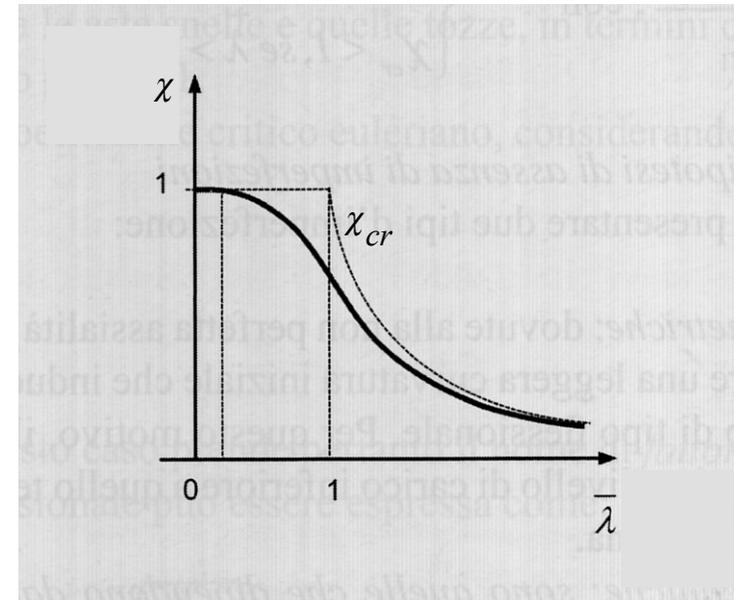
Tuttavia, per effetto delle imperfezioni geometriche e meccaniche inevitabilmente presenti negli elementi strutturali, il valore della tensione che corrisponde all'instabilità globale è inferiore alla tensione critica euleriana  $\sigma_{cr}$ .

Si osserva che le **imperfezioni geometriche** sono dovute alla non perfetta assialità dell'elemento strutturale, che può presentare una leggera curvatura iniziale, mentre le **imperfezioni meccaniche** dipendono dal processo produttivo, che può indurre uno stato di autotensioni interne dovute ai diversi tempi di raffreddamento delle varie parti.

Pertanto, per un generico valore della snellezza adimensionale, il rapporto tra l'effettiva tensione di instabilità e quella di snervamento, pari al coefficiente di riduzione  $\chi$ , risulta inferiore al coefficiente  $\chi_{cr}$ , come è illustrato nella figura seguente.

Si osserva che il valore della snellezza adimensionale che separa gli elementi tozzi da quelli snelli si riduce, per effetto delle imperfezioni da  $\bar{\lambda} = 1$  a  $\bar{\lambda} = 0,2$ .

Il **coefficiente di riduzione**  $\chi$ , quindi, può essere espresso in funzione della snellezza adimensionale  $\bar{\lambda}$  e di un coefficiente  $\alpha$  che tiene conto dell'effetto delle imperfezioni. Si ha cioè  $\chi = \chi(\bar{\lambda}, \alpha)$ .



## *Coefficiente di riduzione*

È stato mostrato che il coefficiente di riduzione  $\chi$  dipende dal tipo di sezione, dal grado dell'acciaio, dalle imperfezioni e dalla snellezza meccanica. Per la sua determinazione le NTC08 forniscono la relazione

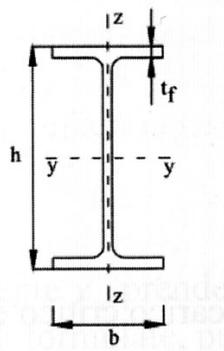
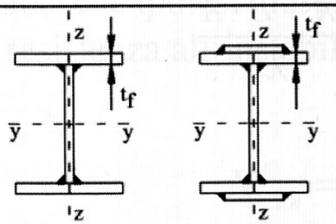
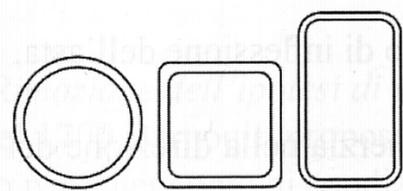
$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0$$

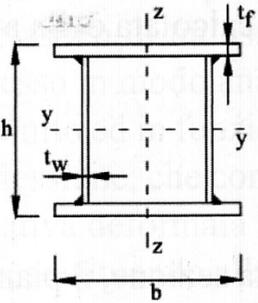
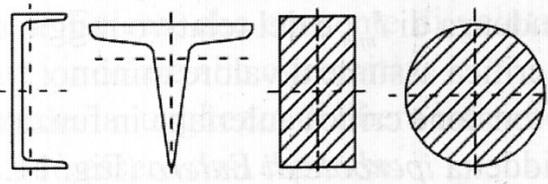
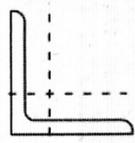
dove

- $\varphi = 0,5 \left[ 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$
- $\alpha$  è il *fattore di imperfezione*, funzione del tipo di sezione e del grado dell'acciaio;
- $\bar{\lambda}$  è la *snellezza meccanica* pari a

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{N_{cr}}}$$

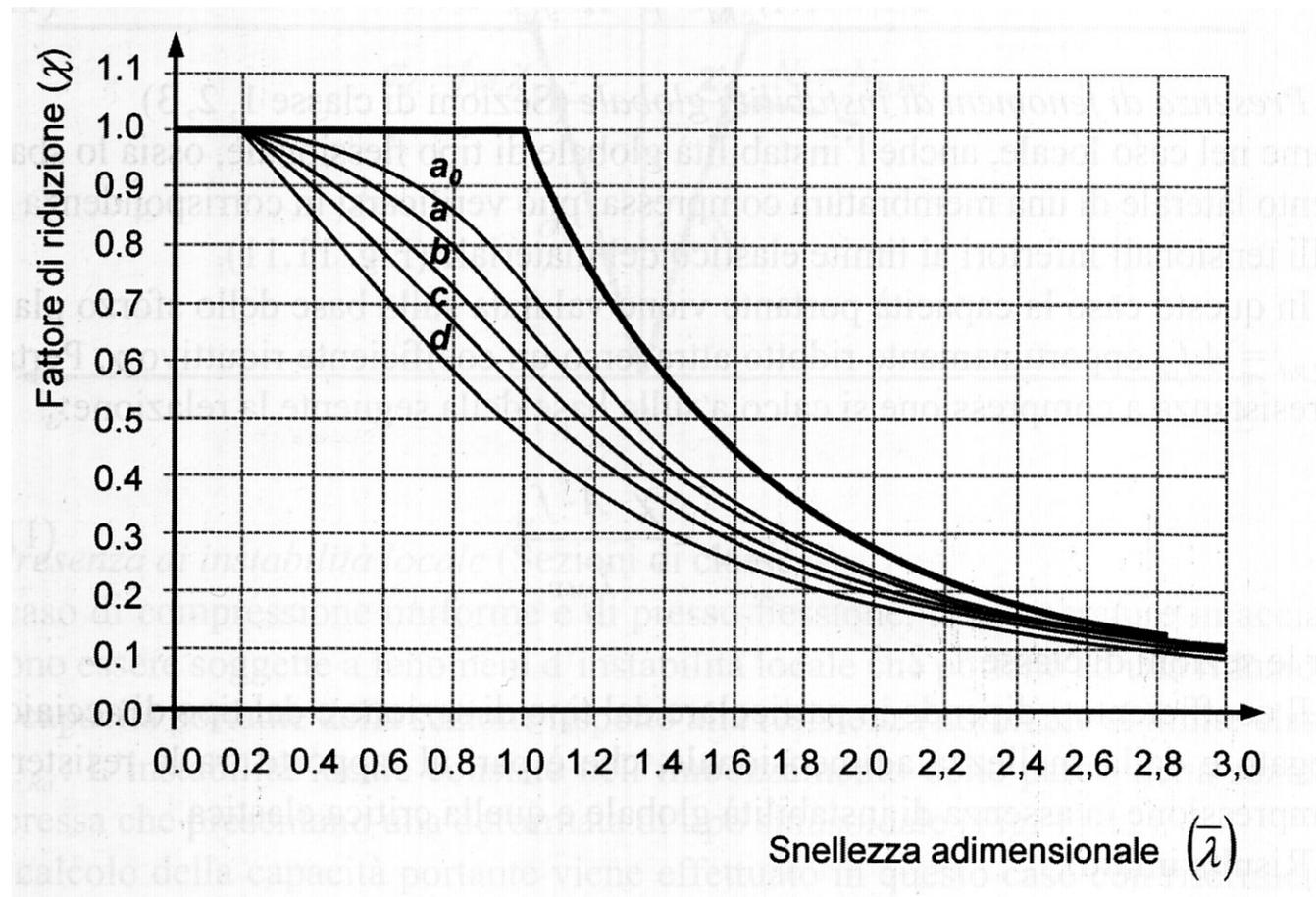
I valori del fattore di imperfezione  $\alpha$  sono riportati nelle seguenti tabelle.

Sezione trasversale		Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità		
				S235, S275, S355, S420	S460	
Sezioni laminare		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$ y-y z-z	a	$a_0$	
				$40 \text{ mm} < t_f \leq 100 \text{ mm}$ y-y z-z	b	a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$ y-y z-z	b	a	
			$t_f > 100 \text{ mm}$ y-y z-z	d	c	
Sezioni ad I saldate		$t_f \leq 40 \text{ mm}$ y-y z-z	b	b		
		$t_f > 40 \text{ mm}$ y-y z-z	c	c		
Sezioni cave		Sezione formata "a caldo"	qualunque	a	$a_0$	
		Sezione formata "a freddo"	qualunque	c	c	
Curva di instabilità		$a_0$	a	b	c	d
Fattore di imperfezione $\alpha$		0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Sezione trasversale	Limiti	Inflessione intorno all'asse	Curva di instabilità		
			S235, S275, S355, S420	S460	
Sezioni scatolari saldate 	In generale	qualunque	b	b	
	saldature "spesse": $a > 0.5t_f$ ; $b/t_f < 30$ ; $h/t_w < 30$	qualunque	c	c	
Sezioni piene, ad U e T 		qualunque	c	c	
Sezioni ad L 		qualunque	b	b	
Curva di instabilità	$a_0$	a	b	c	d
Fattore di imperfezione $\alpha$	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

## Curve di instabilità

Come si osserva nelle tabelle precedenti, per tener conto dell'influenza del grado dell'acciaio e della forma della sezione trasversale sulle imperfezioni geometriche e meccaniche, le NTC08 definiscono cinque curve di instabilità, identificate con le lettere  $a_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , a ciascuna delle quali corrisponde un diverso coefficiente di imperfezione  $\alpha$ .



## *Presenza di fenomeni di instabilità locale e globale (sezioni di classe 4)*

Per valutare la capacità portante di un elemento compresso soggetto a fenomeni di instabilità locale (sezione di classe 4) e a fenomeni di instabilità globale, bisogna considerare sia il coefficiente di riduzione  $\chi$ , sia l'area efficace  $A_{eff}$ . Si ha pertanto

$$N_{Rd,b} = \chi N_{Rd,pl} = \frac{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

### *Sommario*

Tutti i casi di verifica precedentemente esaminati sono riassunti nella seguente tabella:

<i>Instabilità</i>	<i>Capacità portante</i>	<i>Classe</i>	<i>Snellezza</i>
A) Assenza di instabilità	$N_{Rd,c} = \frac{A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$	1, 2, 3	$\bar{\lambda} < 0.2$
B) Instabilità locale	$N_{Rd,c} = \frac{A_{eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$	4	$\bar{\lambda} < 0.2$
C) Instabilità globale	$N_{Rd,b} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$	1, 2, 3	$\bar{\lambda} > 0.2$
D) Instabilità locale e globale	$N_{Rd,b} = \frac{\chi \cdot A_{eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$	4	$\bar{\lambda} > 0.2$

# Progetto nel caso di sforzo normale di compressione

---

Nel caso del progetto allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a compressione sono note:

- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- lo sforzo normale di compressione di calcolo  $N_{Sd}$ .

Sono incognite:

- le dimensioni della sezione trasversale in funzione del tipo di profilato adottato.

Poiché le formule per il calcolo della resistenza all'instabilità degli elementi compressi sono funzioni non lineari dei parametri geometrici, il progetto si effettua fissando una snellezza adimensionale di tentativo e determinando il coefficiente  $\chi$  corrispondente.

Si osserva che le NTC08 stabiliscono che per le membrature principali la snellezza geometrica non deve superare il valore 200. Successivamente, dalla relazione di verifica

$$N_{Rd,b} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}} \geq N_{Sd}$$

si ottiene l'area

$$A \geq \frac{N_{Sd} \cdot \gamma_{M1}}{\chi \cdot f_{yk}}$$

e si individua il profilato corrispondente. Si procede infine alla verifica sulla base dell'effettiva snellezza adimensionale e delle relative proprietà geometriche.



## ESEMPIO 11.3 – Valutazione della capacità portante allo SLU di un’asta compressa snella in acciaio

Valutare la capacità portante a compressione di un profilo HE160B (Fig. 11.23) in acciaio S275 utilizzato come colonna di un edificio con schema pendolare opportunamente controventato ed avente interpiano  $H_p=3,5m$ . Si ipotizzi la presenza di un vincolo intermedio posto in direzione ortogonale all’anima offerto da un corrente della baraccatura di facciata

Dati	Incognite
$h = 160 \text{ mm}$	$N_{b,Rd}$
$b = 160 \text{ mm}$	(in caso di
$t_f = 13 \text{ mm}$	instabilità
$t_w = 8 \text{ mm}$	globale)
$r = 15 \text{ mm}$	
$A = 54,25 \text{ cm}^2$	
$I_y = 2491,9983 \text{ cm}^4$	
$I_z = 889,2339 \text{ cm}^4$	
$f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$	
$f_{tk} = 430 \text{ N/mm}^2$	
$H_p = 3,5 \text{ m}$	

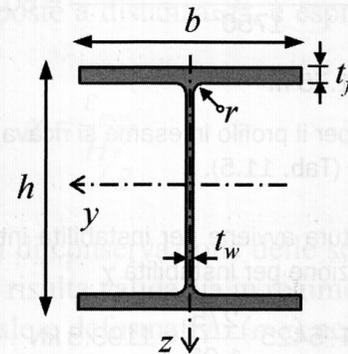


Fig. 11.23 – HE 160 B.

### Svolgimento

1) Classificazione del profilo (cfr. § Esempio 11.1)

Per l'acciaio S275 si ha:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yk}}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0.924$$

Il rapporto  $c/t$  per:

a) l'ala

$$\frac{c}{t} = \frac{b - t_w - (2 \cdot r)}{2} \cdot \frac{1}{t_f} = \frac{160 - 8 - (2 \cdot 15)}{2 \cdot 13} = 4,7 \leq 9 \cdot \varepsilon \Rightarrow \text{Classe 1}$$

b) l'anima:

$$\frac{c}{t} = \frac{h - (2 \cdot t_f) - (2 \cdot r)}{t_w} = \frac{160 - (2 \cdot 13) - (2 \cdot 15)}{8} = 13 \leq 33 \cdot \varepsilon \Rightarrow \text{Classe 1}$$

Il profilo HE 160 B in acciaio S 275 è, pertanto di classe 1.

## 2) Verifica di stabilità

In riferimento a quanto riportato in Tabella 11.6 (§ 11.3.2), si calcola la snellezza adimensionalizzata ( $\bar{\lambda}_i$ ) nei due piani:

a) secondo l'asse forte y-y

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{5425 \cdot 275}{4216,3 \cdot 10^3}} = 0,595$$

in cui

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{0,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot (2491,9983 \cdot 10^4)}{3500^2} = 4216,3 \text{ kN}$$

Il fattore di riduzione ( $\chi_y$ ) per il profilo in esame si ricava per via grafica dalla Figura 11.14 per la curva b (Tab. 11.5).

Pertanto,  $\chi_y = 0,84$ .

$$\alpha = 0,34$$

$$\varphi = 0,5 \left[ 1 + 0,34(0,595 - 0,2) + 0,595^2 \right] = 0,744$$

$$\chi_y = \frac{1}{0,744 + \sqrt{0,744^2 - 0,595^2}} = 0,840$$

b) Secondo l'asse debole z-z

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{5425 \cdot 275}{6018,1 \cdot 10^3}} = 0,498$$

in cui

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{0,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot (889,2339 \cdot 10^4)}{1750^2} = 6018,1 \text{ kN}$$

$$L_{0,z} = H_p/2 = (3,5/2)\text{m} = 1,75 \text{ m}$$

Il fattore di riduzione ( $\chi_z$ ) per il profilo in esame si ricava per interpolazione dei valori riportati in Figura 11.14 per la curva c (Tab. 11.5).

Pertanto,  $\chi_z = 0,844$ .

Il collasso della membratura avviene per instabilità intorno all'asse y-y caratterizzato da un più basso coefficiente di riduzione per instabilità  $\chi$

$$N_{b,Rd} = \chi_y \cdot A \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M1}} = 0,84 \cdot 5425 \cdot \frac{275}{1,05} = 1193,5 \text{ kN}$$

$$\alpha = 0,49$$

$$\varphi = 0,5 \left[ 1 + 0,49(0,498 - 0,2) + 0,498^2 \right] = 0,697$$

$$\chi_z = \frac{1}{0,697 + \sqrt{0,697^2 - 0,498^2}} = 0,844$$

---

Nel caso della verifica allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a flessione semplice sono note:

- la geometria dell'elemento strutturale;
- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- il momento flettente di calcolo  $M_{Sd}$ .

La verifica è soddisfatta se risulta

$$M_{Rd,c} \geq M_{Sd}$$

dove  $M_{Rd,c}$  è il momento resistente di calcolo della sezione trasversale ( $c = cross\ section$ ) dell'elemento strutturale, il cui valore dipende dall'eventuale presenza di fenomeni di instabilità locale e/o globale.

Il calcolo di  $M_{Rd,c}$ , pertanto, deve essere svolto considerando le seguenti possibili situazioni:

- assenza di fenomeni di instabilità;
- presenza di fenomeni di instabilità locale;
- presenza di fenomeni di instabilità globale di tipo flesso-torsionale;
- presenza di fenomeni di instabilità locale e globale.

## *Assenza di fenomeni di instabilità (sezioni di classe 1 e 2)*

Per le sezioni di classe 1 e 2, per le quali non possono verificarsi fenomeni di instabilità locale, il momento resistente è dato dalla relazione

$$M_{Rd,c} = M_{Rd,pl} = W_{pl} \cdot f_{yd} = \frac{W_{pl} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$

## *Presenza di fenomeni di instabilità locale (sezioni di classe 3 e 4)*

Per le sezioni di classe 3 e 4, i fenomeni di instabilità locale impediscono il raggiungimento del momento resistente plastico.

Per le sezioni di classe 3, le fibre estreme della sezione possono raggiungere la tensione di snervamento e si ha

$$M_{Rd,c} = M_{Rd,el} = W_{el} \cdot f_{yd} = \frac{W_{el} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$

Per le sezioni di classe 4, gli effetti dell'instabilità locale in fase elastica non consentono di raggiungere il momento al limite elastico  $M_{Rd,el}$ . Per il calcolo del momento resistente, la sezione effettiva deve essere sostituita con una sezione ridotta efficace. Si ha

$$M_{Rd,c} = W_{el,eff} \cdot f_{yd} = \frac{W_{el,eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$

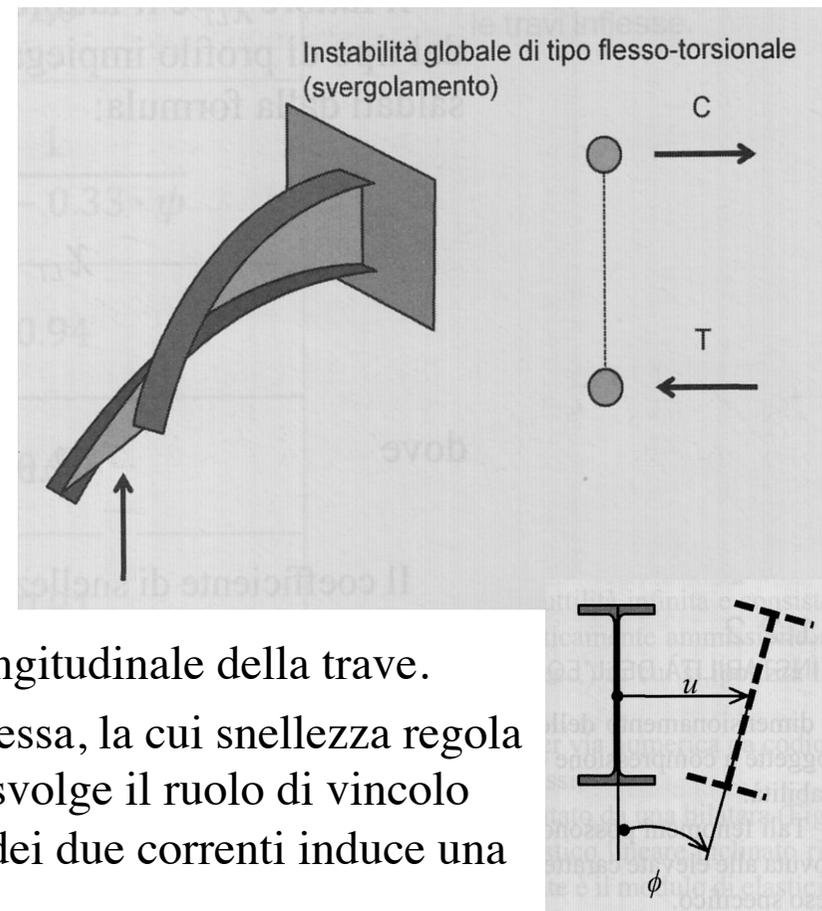
## *Presenza di fenomeni di instabilità globale*

L'instabilità globale di un elemento inflesso prende il nome di *svergolamento*, ed è dovuto a un eccesso di tensioni nella parte compressa della sezione.

L'instabilità è di tipo flesso-torsionale, poiché la deformata instabile è caratterizzata da uno sbandamento laterale e da una rotazione torsionale della generica sezione trasversale della trave.

A titolo di esempio, si consideri la trave a mensola illustrata in figura, sollecitata all'estremo da una forza diretta verso l'alto. Si nota che il corrente superiore risulta compresso, mentre quello inferiore risulta teso. All'aumentare del valore della forza, si ha un innalzamento progressivo dell'estremo della trave. A un certo punto del processo di carico, la forza raggiunge un particolare valore per cui si verifica il fenomeno dell'instabilità flesso-torsionale: la sezione di estremità, invece di continuare a innalzarsi, subisce un improvviso spostamento laterale accoppiato a una rotazione intorno all'asse longitudinale della trave.

Il corrente superiore si comporta come un'asta compressa, la cui snellezza regola il fenomeno dell'instabilità. Il corrente inferiore teso svolge il ruolo di vincolo per il corrente compresso. Il diverso comportamento dei due correnti induce una rotazione torsionale della sezione.



Il fenomeno dell'instabilità flessio-torsionale riguarda le travi in cui il corrente compresso non è vincolato nei confronti degli spostamenti laterali, come può accadere nel caso di collegamento con il solaio soprastante.

Nel caso di instabilità globale, il momento resistente di progetto si ottiene diminuendo quello relativo all'assenza di instabilità mediante il **fattore di riduzione**  $\chi_{LT}$ , che dipende dalla **snellezza adimensionale** flessio-torsionale  $\bar{\lambda}_{LT}$ . Si ha

$$M_{Rd,b} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yd} = \chi_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M1}} \quad \text{in cui} \quad \begin{cases} W_y = W_{pl} & \text{per sezioni di classe 1 e 2} \\ W_y = W_{el} & \text{per sezioni di classe 3} \\ W_y = W_{el,eff} & \text{per sezioni di classe 4} \end{cases}$$

mentre, il fattore di riduzione e la snellezza adimensionale assumono la forma

$$\chi_{LT} = \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq \begin{cases} 1,0 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \cdot \frac{1}{f} \end{cases} \quad \bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_{yk}}{M_{cr}}}$$

con

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[ 1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \Phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

in cui ...

... il *fattore di imperfezione*  $\alpha_{LT}$  può essere ottenuto sulla base delle indicazioni riportate nella seguente tabella ( $h$  = altezza e  $b$  = base della sezione):

Sezione trasversale	Limiti	Curva di instabilità	Fattore $\alpha$
Sezione laminata a I	$h/b \leq 2$	$b$	0,34
	$h/b > 2$	$c$	0,49
Sezione composta saldata	$h/b \leq 2$	$c$	0,49
	$h/b > 2$	$d$	0,76
Altre sezioni		$d$	0,76

Inoltre, il coefficiente  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  può essere assunto pari a 0,2 e comunque non superiore a 0,4, valore consigliato per sezioni laminate o composte saldate. Il coefficiente  $\beta$  può essere assunto pari a 1,0 e comunque non inferiore a 0,75, valore consigliato per sezioni laminate o composte saldate.

Il momento critico elastico di instabilità flessione-torsionale,  $M_{cr}$ , può essere calcolato considerando la sezione lorda del profilo e i vincoli torsionali, nell'ipotesi che il diagramma del momento flettente sia uniforme. Di norma il calcolo può essere eseguito mediante metodi numerici agli elementi finiti. In alternativa, per profili standard può essere utilizzata la relazione

...

...

$$M_{cr} = \psi \cdot \frac{\pi}{L_{cr}} \cdot \sqrt{EI_{\min} \cdot GJ_t} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \cdot \frac{EJ_{\omega}}{GJ_t}}$$

dove  $L_{cr}$  è la lunghezza libera di inflessione del corrente compresso misurata tra due vincoli torsionali successivi,  $EI_{\min}$ ,  $GJ_t$  e  $EJ_{\omega}$  sono rispettivamente la rigidezza flessionale minima, quella torsionale principale e quella torsionale secondaria del profilo. Il coefficiente  $\psi$ , infine, tiene conto dell'andamento del momento flettente lungo la trave ed è dato dall'espressione

$$\psi = 1,75 - 1,05 \cdot \frac{M_B}{M_A} + 0,3 \cdot \left(\frac{M_B}{M_A}\right)^2$$

dove  $M_A$  e  $M_B$  sono i momenti flettenti agenti alle estremità della trave, con  $|M_B| < |M_A|$ .

Infine, il coefficiente correttivo  $k_c$  assume i valori riportati nella seguente tabella:

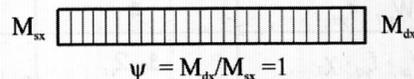
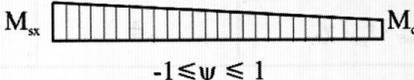
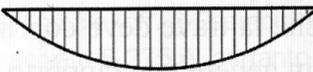
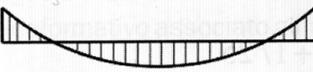
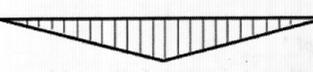
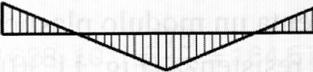
È utile ribadire che la presenza di vincoli torsionali disposti lungo lo sviluppo della trave può ridurre o eliminare la possibilità che si verifichi un tale fenomeno.

L'azione dei vincoli trasversali può essere esercitata o in maniera discontinua dalle travi secondarie, o in maniera continua dalla soletta di calcestruzzo collaborante con la trave, o dalla lamiera grecata ad essa collegata.

### *Presenza di fenomeni di instabilità locale e globale*

Come già evidenziato in precedenza, quando la sezione è soggetta a fenomeni sia di imbozzamento, sia di instabilità globale, il momento resistente è dato dalla relazione

$$M_{Rd,b} = \chi_{LT} \cdot W_{el,eff} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

Distribuzione del momento flettente	Fattore correttivo $k_c$
 $\psi = M_{dx}/M_{sx} = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi}$
	0.94
	0.90
	0.91
	0.86
	0.77
	0.82

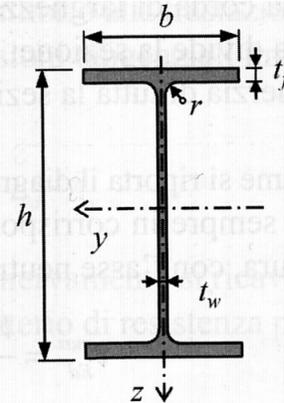
La sintesi dei risultati ottenuti è riportata nella seguente tabella

Fenomeni di instabilità	Momento resistente	Classe della sezione
Assenza di instabilità	$M_{Rd,c} = W_{pl} f_{yd}$	1, 2
Instabilità locale	$M_{Rd,c} = W_{el} f_{yd}$	3
	$M_{Rd,c} = W_{el,eff} f_{yd}$	4
Instabilità globale	$M_{Rd,b} = \chi_{LT} W_{pl} f_{yd}$	1, 2
	$M_{Rd,b} = \chi_{LT} W_{el} f_{yd}$	3
Instabilità locale e globale	$M_{Rd,b} = \chi_{LT} W_{el,eff} f_{yd}$	4

# Esempio

Verificare a SLU per flessione semplice nella sezione di mezzeria una trave secondaria della lunghezza  $L=7.0\text{m}$  realizzata con un profilo IPE 300 in acciaio S275. La membratura, semplicemente appoggiata alla estremità, è vincolata torsionalmente da un solaio in lamiera grecata con soletta collaborante che trasmette alla sottostante membratura un carico permanente  $G_k=8.42\text{ kN/m}$  e di esercizio  $Q_k=4\text{ kN/m}$ .

Dati	Incognite
$h = 300\text{ mm}$	$M_{Rd,c}$
$b = 150\text{ mm}$	(in caso di flessione semplice)
$t_f = 10.7\text{ mm}$	
$t = 7.1\text{ mm}$	
$r = 15\text{ mm}$	
$A = 53.8\text{ cm}^2$	
$G_k = 8.42\text{ kN/m}$	
$I_y = 8356\text{ cm}^4$	
$W_{pl,y} = 628\text{ cm}^3$	



IPE 300

## Svolgimento

1) Classificazione del profilo (cfr. § Esempio 11.1)

Il profilo IPE 300 in acciaio S 275 è, pertanto di classe 1.

Nella verifica che segue è stato anche considerato il contributo associato al peso proprio della trave mentre il termine deformativo associato all'azione tagliante (pari a  $L/H=23.3$ ) è stato trascurato.

2) Calcolo dell'azione flettente

Il momento massimo sollecitante  $M_{Sd}$  è pari a

$$M_{Sd} = \frac{(\gamma_{G1} \cdot G_{1k} + \gamma_Q \cdot Q_k) \cdot L^2}{8} = \frac{(1.3 \cdot 8.42 + 1.5 \cdot 4) \cdot 7^2}{8} = 103.8\text{ kNm}$$

3) Verifica

Il momento resistente  $M_{Rd,c}$  è calcolato attraverso la relazione

$$M_{Rd,c} = W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = (628 \cdot 10^3) \cdot \frac{275}{1.05} = 164.6\text{ kNm}$$

Pertanto dal confronto:

$$M_{Sd} = 103.8\text{ kNm} \leq M_{Rd,c} = 164.6\text{ kNm}$$

La verifica risulta soddisfatta.

Nel caso del progetto allo SLU di un elemento strutturale sollecitato a flessione sono note:

- la resistenza di calcolo dell'acciaio  $f_{yd}$ ;
- il momento flettente di calcolo  $M_{Sd}$ .

Sono incognite:

- le dimensioni della sezione trasversale in funzione del tipo di profilato adottato.

In assenza di fenomeni di instabilità si assume che

$$M_{Rd,c} = M_{Sd}$$

da cui si ottiene

$$W = \frac{M_{Sd}}{f_{yd}}$$

in cui  $W = W_{pl}$  per sezioni di classe 1 e 2,  $W = W_{el}$  per sezioni di classe 3 e  $W = W_{el,eff}$  per sezioni di classe 4.

Una volta scelto il tipo di sezione, si considera quella che in base al sagomario presenta un modulo di resistenza, plastico o elastico a seconda della classe, un po' maggiore di quello calcolato e che soddisferà certamente la verifica di resistenza.

In presenza di fenomeni di instabilità, il progetto si effettua fissando una snellezza adimensionale di tentativo e determinando il coefficiente  $\chi_{LT}$  corrispondente.

Si ottiene così il modulo di resistenza ridotto

$$W = \frac{M_{Sd}}{\chi_{LT} f_{yd}}$$

e si individua la sezione corrispondente. Si procede infine alla verifica sulla base dell'effettiva snellezza adimensionale e delle relative proprietà geometriche.

Dopo avere definito le dimensioni della sezione, è opportuno verificare che la sua altezza  $h$  soddisfi la relazione empirica

$$\frac{1}{25} \leq \frac{h}{L} \leq \frac{1}{20}$$

dove  $L$  è la luce dell'elemento strutturale.

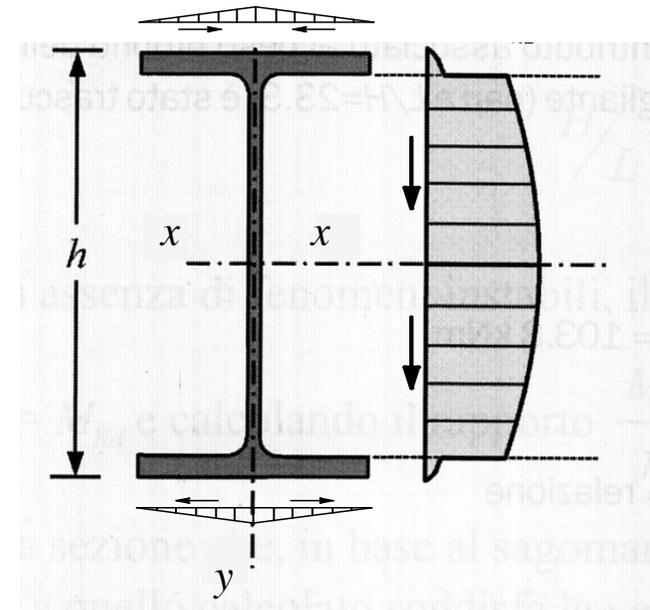
Il *taglio resistente* allo SLU viene calcolato sulla base di una distribuzione convenzionale delle tensioni tangenziali limite, in equilibrio con le sollecitazioni agenti.

L'andamento delle tensioni limite può essere ipotizzato modificando opportunamente la soluzione approssimata di Jourawsky, valida in fase *elastica*, che consente di valutare la tensione tangenziale media sulla generica corda mediante la relazione

$$\tau_{Sd}(s) = -\frac{V_{Sd} \cdot S_x^*(s)}{I_x \cdot b}$$

dove  $s$  è il valore dell'ascissa che individua la posizione della corda,  $x$  è l'asse neutro della flessione associata al taglio,  $V_{Sd}$  è il taglio di calcolo,  $S_x^*$  è il momento statico dell'area sottesa dalla corda rispetto all'asse neutro  $x$ ,  $I_x$  è il momento d'inerzia di tutta la sezione rispetto all'asse neutro  $x$ ,  $b$  è la larghezza della corda. Se la tensione tangenziale è positiva, allora è uscente dall'area sottesa dalla corda; viceversa è entrante.

L'esempio mostra l'andamento della *tensione tangenziale elastica* per una tipica sezione a doppio T.

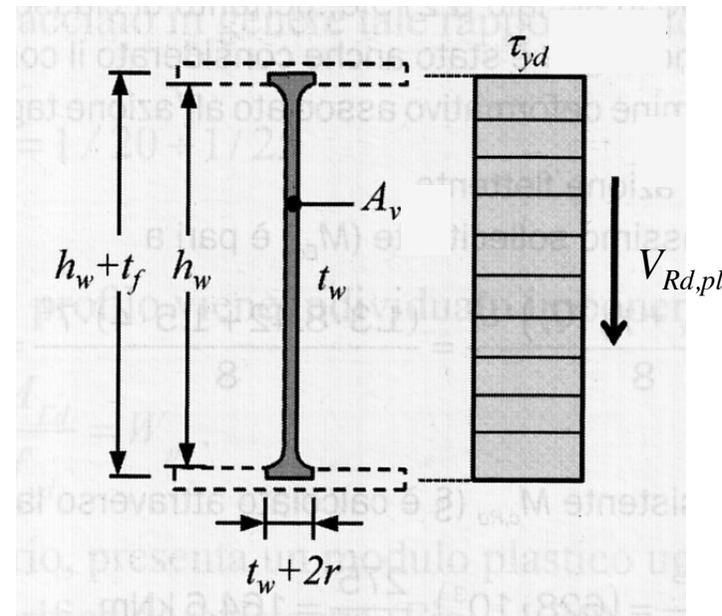
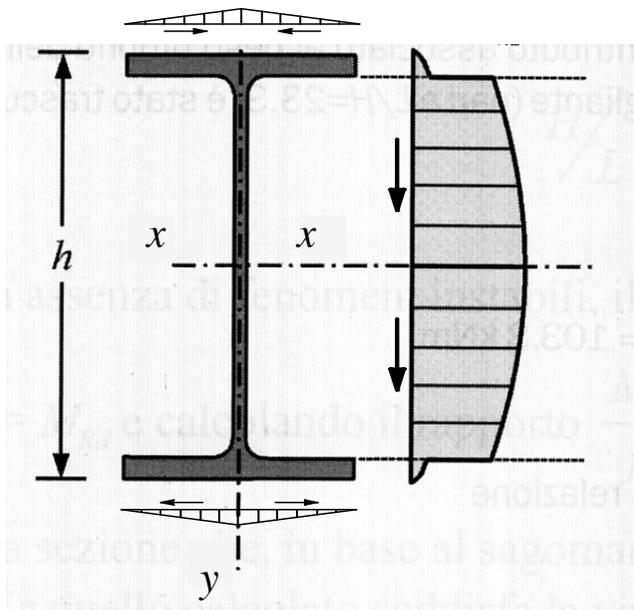


Si nota che il valore massimo della tensione elastica si ha in corrispondenza della corda baricentrica e vale

$$\tau_{Sd,max} = - \frac{V_{Sd} \cdot S_{x,max}^*}{I_x \cdot t_w}$$

in cui  $t_w$  è lo spessore dell'anima della trave (su cui è posta la corda baricentrica) e  $S_{x,max}^*$  è il momento statico della metà di sezione posta al di sopra o al di sotto della corda baricentrica.

Dall'esame del diagramma si evince che il contributo delle ali è trascurabile rispetto a quello dell'anima. Pertanto, per la verifica allo SLU, che si esegue in **campo plastico**, è lecito sostituire il diagramma parabolico elastico con uno costante, che tiene conto degli effetti della redistribuzione delle tensioni in campo plastico.



Di conseguenza, il **taglio resistente di calcolo** allo SLU,  $V_{Rd,pl}$ , si calcola considerando la completa plasticizzazione della parte di sezione dove si concentrano le tensioni tangenziali.

Si ha quindi

$$V_{Rd,pl} = \tau_{yd} \cdot A_v$$

in cui  $\tau_{yd}$  è la **tensione tangenziale di snervamento di calcolo** e  $A_v$  è l'**area resistente a taglio**.

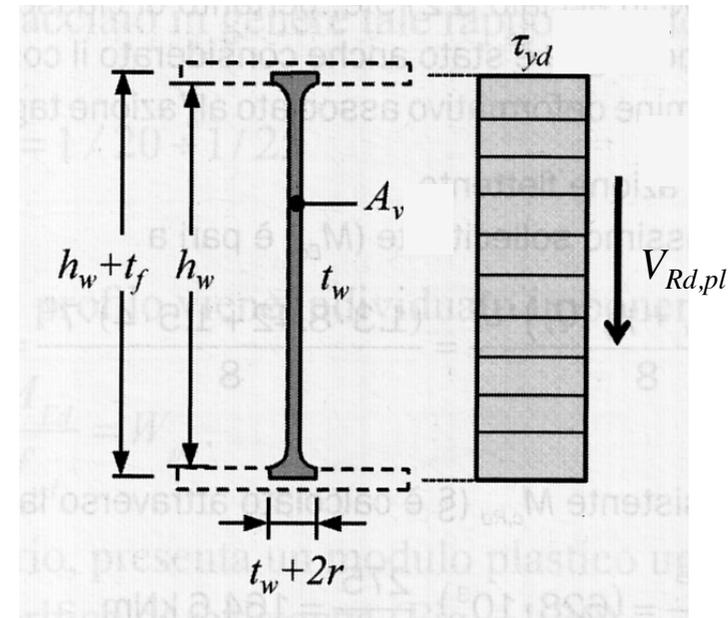
Il valore di  $\tau_{yd}$  si calcola sulla base del criterio di Mises riferito alle sole tensioni tangenziali, dato dalla relazione

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{3\tau^2} = \sqrt{3} \cdot \tau$$

Assumendo che il materiale si plasticizza quando

$\sigma_{id} = f_{yd}$ , si ha

$$f_{yd} = \sqrt{3} \cdot \tau_{yd} \quad \longrightarrow \quad \tau_{yd} = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = \frac{f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$



L'area resistente a taglio  $A_v$  varia in funzione della forma della sezione trasversale. Di seguito si riportano le espressioni di  $A_v$  per le sezioni più comuni.

Profili a doppio T caricati nel piano dell'anima:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f$$

Profili a doppio T caricati nel piano delle ali:

$$A_v = A - 2 \cdot h_w \cdot t_w$$

Profili a C caricati nel piano dell'anima

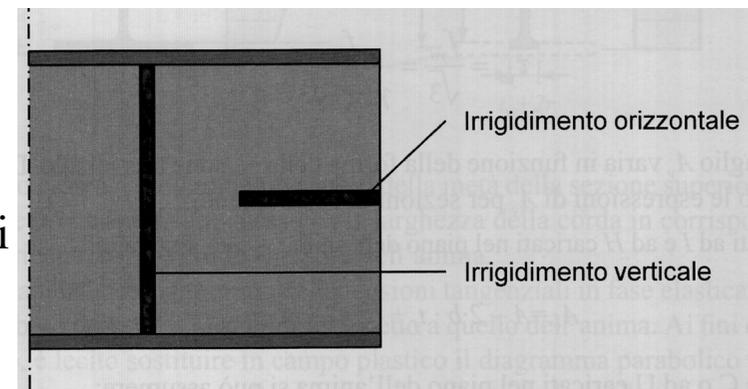
$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + r) \cdot t_f$$

Profili a T caricati nel piano dell'anima

$$A_v = 0,9 \cdot (A - b \cdot t_f)$$

in cui  $A$  è l'area della sezione,  $b$  è la larghezza delle ali,  $t_f$  è lo spessore delle ali,  $t_w$  è lo spessore dell'anima,  $r$  è il raggio di raccordo tra anima e ala,  $h_w$  è l'altezza dell'anima.

Si precisa che anche per il taglio è necessario eseguire una **verifica di instabilità locale dei pannelli d'anima** (imbozzamento). Per i dettagli si rimanda alle prescrizioni normative. In ogni caso, per evitare il fenomeno, i pannelli d'anima possono essere opportunamente irrigiditi, come è indicato in figura.



# Esempio

Verificare allo SLU per Taglio nella sezione di estremità la trave secondaria della lunghezza  $L=7,0m$  realizzata con un profilo IPE 300 in acciaio S275. A tale scopo si adottino i dati definiti in precedenza

*Svolgimento*

- 1) Il profilo IPE 300 in acciaio S 275 è, pertanto di classe 1.
- 2) Calcolo dell'azione tagliante

Il massimo taglio sollecitante  $V_{Sd}$  è dato dalla relazione:

$$V_{Sd} = \frac{(\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k) \cdot L}{2} = \frac{(1.3 \cdot 8.42 + 1.5 \cdot 4) \cdot 7}{2} = 59.3 \text{ kN}$$

3) Verifica

Il valore della resistenza a taglio plastica di progetto  $V_{Rd,pl}$  è dato dalla relazione:

$$V_{Rd,pl} = \frac{A_v \cdot f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = [A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f] \cdot \frac{f_{yk}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}}$$
$$V_{Rd,pl} = [5380 - 2 \cdot 150 \cdot 10.7 + (7.1 + 2 \cdot 15) \cdot 10.7] \cdot \frac{275}{\sqrt{3} \cdot 1.05} = 388.3 \text{ kN}$$

Pertanto dal confronto:

$$V_{Sd} = 59.3 \text{ kN} \leq V_{Rd,pl} = 388.3 \text{ kN}$$

La verifica risulta soddisfatta.

# Verifica a flessione e taglio

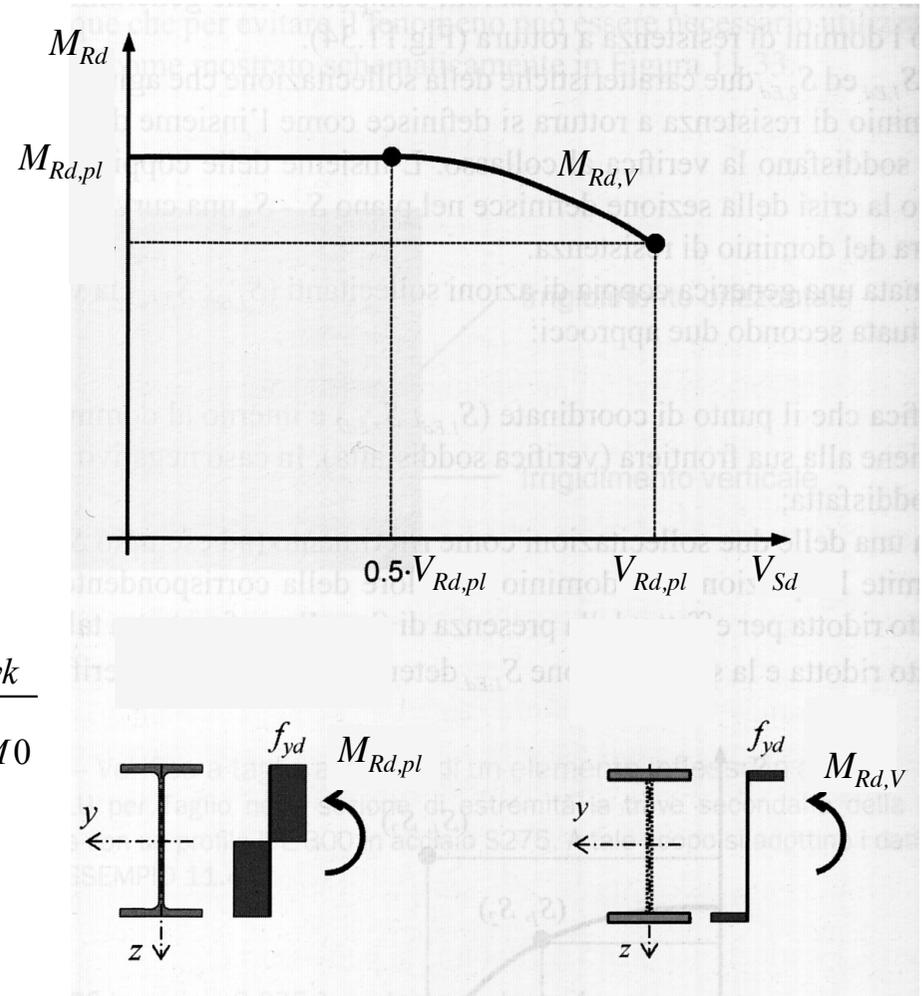
Nel caso di una sezione soggetta a flessione e taglio, il momento resistente di calcolo  $M_{Rd}$  si riduce. Per valori del taglio di calcolo  $V_{Sd} < 0,5V_{Rd}$ , la riduzione è piccola e può essere trascurata. Invece, quando  $V_{Sd} > 0,5V_{Rd}$ , è necessario tenere conto della riduzione del momento plastico dovuta alla plasticizzazione dell'anima.

La riduzione viene eseguita mediante il coefficiente

$$\rho = \left[ \frac{2 \cdot V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \right]^2$$

Per sezioni a doppio T di classe 1 e 2 doppiamente simmetriche, soggette a flessione e taglio nel piano dell'anima, si assume il momento resistente può essere calcolato con la relazione

$$M_{Rd,V} = \left[ W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right] \cdot f_{yd} = \left[ W_{pl} - \frac{\rho \cdot A_v^2}{4 \cdot t_w} \right] \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$



## Verifica a flessione e sforzo normale

---

Anche nel caso di una sezione soggetta a flessione e sforzo normale, il momento resistente di calcolo  $M_{Rd}$  si riduce.

Per sezioni a doppio T di classe 1 e 2 doppiamente simmetriche, soggette a presso- o tensoflessione nel piano dell'anima, il momento resistente può essere calcolato con la relazione

$$M_{Rd,N} = \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} \cdot M_{Rd,pl}$$

in cui

$$n = \frac{N_{Sd}}{N_{Rd,pl}} \quad a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \leq 0,5$$

dove  $N_{Sd}$  è lo sforzo normale di calcolo,  $A$  è l'area della sezione trasversale,  $b$  è la larghezza delle ali e  $t_f$  è lo spessore delle ali.

Per le sezioni di classe 3 e 4 la verifica deve essere condotta con riferimento alla resistenza elastica, considerando per le sezioni di classe 4 le proprietà geometriche efficaci.

# Gli Stati Limite di Esercizio

---

Nel caso delle strutture in acciaio, le NTC08 richiedono la verifica nei riguardi dei seguenti Stati Limite di Esercizio (SLE):

- stato limite di *deformazione e/o spostamento*, al fine di evitare deformazioni e spostamenti che possano compromettere l'uso efficiente della costruzione e dei suoi contenuti, nonché il suo aspetto estetico;
- stato limite di *vibrazione*, al fine di assicurare che le sensazioni percepite dagli utenti garantiscano accettabili livelli di *comfort* e il cui superamento potrebbe essere indice di scarsa robustezza e/o di possibili danni negli elementi secondari;
- stato limite di *plasticizzazioni locali*, al fine di scongiurare deformazioni plastiche che generino deformazioni irreversibili e inaccettabili;
- stato limite di *scorrimento dei collegamenti ad attrito con bulloni ad alta resistenza*, nel caso in cui il collegamento sia stato dimensionato a collasso per taglio dei bulloni.

Per semplicità, nel seguito sarà presentata solo la verifica allo stato limite di spostamento.

Per gli SLE irreversibili, correlati per esempio alla rottura della pavimentazione o degli elementi divisorii, gli spostamenti devono essere calcolati con riferimento alla combinazione di carico caratteristica (rara), che ha la probabilità del 5% di essere superata nel periodo di riferimento

$$F_d = G_k + Q_{k1} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} Q_{kj}$$

Il valore massimo dello spostamento ortogonale alla linea d'asse di un elemento strutturale si può ottenere mediante la relazione

$$\delta_{\max} = \delta_1 + \delta_2$$

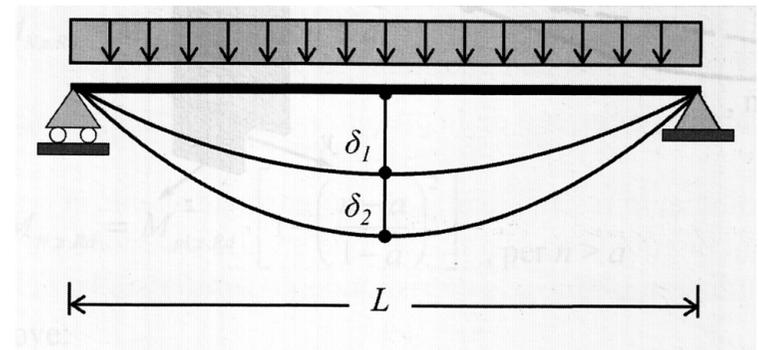
in cui  $\delta_1$  e  $\delta_2$  sono gli spostamenti elastici massimi dovuti ai carichi permanenti e a quelli variabili rispettivamente. Per una trave doppiamente appoggiata, nel caso di un solo carico variabile si ha

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{G_k L^4}{EI} \quad \delta_2 = \frac{5}{384} \frac{Q_{k1} L^4}{EI}$$

La verifica consiste nel controllare che

$$\delta_1 + \delta_2 \leq a_1 \cdot L \quad \delta_2 \leq a_2 \cdot L$$

in cui  $L$  è o la luce dell'elemento strutturale, o il doppio dello sbalzo nel caso di mensole. I coefficienti  $a_1$  e  $a_2$  sono riportati nella seguente tabella.



Elementi strutturali	Limiti superiori per gli spostamenti verticali	
	$\delta_{max}/L$	$\delta_2/L$
Coperture in generale	1/200	1/250
Coperture praticabili	1/250	1/300
Solai in generale	1/250	1/300
Solai o coperture che reggono intonaco o altro materiale di finitura fragile o tramezzi non flessibili	1/250	1/350
Solai che supportano colonne	1/400	1/500
Nei casi in cui lo spostamento può compromettere l'aspetto dell'edificio	1/250	

*In caso di specifiche esigenze tecniche e/o funzionali, tali limiti devono essere opportunamente ridotti*

I valori di  $a_1$  e  $a_2$  sono definiti in funzione degli effetti sugli elementi portati, della qualità del *comfort* richiesto alla costruzione, delle caratteristiche degli elementi strutturali e non strutturali gravanti sull'elemento considerato, delle eventuali implicazioni di un'eccessiva deformabilità sul valore dei carichi agenti.

# Esempio

Verificare allo SLE di deformabilità una trave secondaria della lunghezza  $l=7,0m$  realizzata con un profilo IPE 300 in acciaio S275. La membratura, semplicemente appoggiata alla estremità, è vincolata torsionalmente da un solaio in lamiera grecata con soletta collaborante che trasmette alla sottostante membratura un carico permanente  $G_k=8,42 \text{ kN/m}$  e di esercizio  $Q_k=4 \text{ kN/m}$

## Svolgimento

Per le caratteristiche geometriche del profilo si fa riferimento all'Esempio 11.1

### 1) Modello delle azioni

Combinazione rara

$$G_k \cdot \gamma_G + Q_k \cdot \gamma_Q = (8.42 \cdot 1.0 + 4 \cdot 1.0) \text{ kN/m} = 12.42 \text{ kN/m} = G_k + Q_k$$

### 2) Verifica di deformabilità

L'abbassamento massimo totale (relazione 11.69) è pari a:

$$\delta_{max} = \frac{5}{384} \frac{(G_k + Q_k) \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \frac{12.42 \cdot 7000^4}{210000 \cdot (8356 \cdot 10^4)} = 22.12 \text{ mm}$$

Confrontando tale valore i limiti normativi riportati in Tabella 11.10:

$$\delta_{max} = 22.12 \text{ mm} \leq \frac{L}{250} = 28 \text{ mm}$$

la verifica risulta soddisfatta

L'abbassamento dovuto ai soli carichi variabili è pari a:

$$\delta_2 = \frac{5}{384} \frac{Q_k \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \frac{4 \cdot 7000^4}{210000 \cdot (8356 \cdot 10^4)} = 7.13 \text{ mm}$$

Confrontando tale valore i limiti normativi riportati in Tabella 11.10:

$$\delta_2 = 7.13 \text{ mm} \leq \frac{L}{300} = 23 \text{ mm}$$

Anche in questo caso la verifica è soddisfatta

## Riferimenti bibliografici

---

1. D.M. 14 gennaio 2008. *Norme tecniche per le costruzioni*. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, G.U. n. 29 del 4 febbraio 2008, Supplemento Ordinario n. 30, 2008, (NTC08).
2. Circolare 2 febbraio 2009 n. 617. *Istruzioni per l'applicazione delle Nuove norme tecniche per le costruzioni* di cui al D.M. 14 gennaio 2008, approvata dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici.
3. Eurocode 3: Design of steel structures - EN 1993
4. Mezzina Mauro (a cura di), *Fondamenti di Tecnica delle Costruzioni*, Città Studi Edizioni, 2013.