TEORIA DELL'UTILITÀ

E DECISION PROCESS

Prof. Massimiliano Ferrara

Corso di Economia Politica

A.A. 2021-2022

UTILITÀ

$\Downarrow$

Classicamente sinonimo di Desiderabilità

$\Downarrow$

Fisher (1930): "..... uno degli elementi che contribuiscono ad identificare la natura economica di un bene e sorge del rapporto che si instaura tra l'uomo e il bene stesso"

$\Downarrow$

Marginalismo

$\Downarrow$

L'utilità viene considerata "misurabile" (utilità in senso cardinale) matematicamente è ritenuta funzione della quantità di un bene.

$\Downarrow$

Teoria paretiana (V. Pareto)

"Utilità non misurabile ma confrontabile"

$\Downarrow$

(1944) Teoria dei giochi *à la* Von Neumann e Morgenstern "ritorno" della cardinalità.

UTILITÀ ORDINALE

X = insieme delle possibilità di scelta x , y, z = terna di scelte "appartenente ad X"

Giudizi esprimibili da un agente razionale

- Preferisco x ad y: $x \succ y$ ($\succ$ relazione di preferenza)
- Preferisco y ad x : $y \succ x$
- x ed y sono indifferenti = $x \sim y$

Condizioni di coerenza

(1) $x \succ y$ e $y \succ z \Rightarrow x \succ z$

(2) $x \succ y$ e $y \sim z \Rightarrow x \succ z$

(3) $x \sim y$ e $y \succ z \Rightarrow x \succ z$

(4) $x \sim y$ e $y \sim z \Rightarrow x \sim z$

X è organizzato con un **ordine quasi totale** (ossia relazione binaria con la proprietà riflessiva, transitiva e antisimmetrica.

Proprietà riflessiva: $x \ R \ x \quad \forall x \in X$

Proprietà transitiva: $x \ R \ y$ e $y \, R \, z \Rightarrow x \, R \, z$

Proprietà (anti) simmetrica: $x \ R \ y$ e $y \, R \, x \Rightarrow x = y$

Nasce una **relazione d'ordine**

Nell'insieme delle possibilità di scelta X possiamo introdurre una "applicazione o funzione" tale che:

$$u: X \rightarrow R$$

nota come funzione di utilità ordinale, per cui

$(\bullet)$ $x \succ y \Leftrightarrow \quad u(x) > u(y)$ (> maggiore)

$(\bullet\bullet)$ $x \sim y \Leftrightarrow \quad u(x) = u(y)$ con $x, y \in X$ e $u(x), u(y) \in R$

Importante : tale funzione traduce numericamente l'ordinamento di preferenza espresso dall'agente economico. Analiticamente posso determinare, per uno stesso agente più f.d.u. ma....

Se consideriamo una funzione strettamente crescente φ del tipo

$$\varphi : R \rightarrow R$$

con $X \subseteq R$ ottengo la funzione composta

$$\varphi\left[\left(u(x)\right)\right] \qquad (1)$$

che esprime analiticamente un altro "oggetto" rispetto la $u(x)$ ma con riferimento allo stesso agente traduce lo stesso "ordinamento di preferenza". L'operazione (1) si definisce tecnicamente una **trasformazione monotona crescente** (t.m.c.).

TEOREMA

Una f.d.u. ordinale è univocamente determinata ***a meno*** *di una trasformazione monotona crescente (t.m.c.).*

UTILITÀ CARDINALE

TEOREMA

Si definisce funzione di utilità cardinale una funzione u: $X \to R$ *per la quale valgono le proprietà*

$(i)\ x \succ y \Leftrightarrow \quad u(x) > u(y)$

$(ii)\ x \sim y \Leftrightarrow \quad u(x) = u(y)$

e che sia univocamente determinata a meno di una trasformazione ***lineare*** *crescente (t.l.c.)* $\neq$ *(t.m.c.)*

IMPORTANTE: Si ottiene una t.l.c. moltiplicando e aggiungendo ad una f.d.u. di partenza una costante positiva a ed una costante arbitraria b ossia:

$U(x) = x \Rightarrow$ applico una t.l.c.

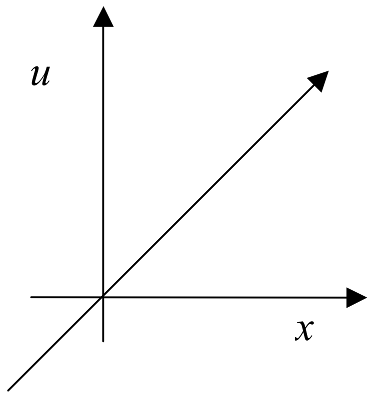
$\Rightarrow u(x) = a \quad x \ + \ b$

$$\Rightarrow u(x) = \underset{\text{Moltiplico}}{\underset{\downarrow}{a}}\ x \quad \underset{\text{Aggiungo}}{\underset{\downarrow}{+\,b}}$$

PRINCIPALI FUNZIONI DI UTILITÀ
utilizzate nei DECISION PROCESSES

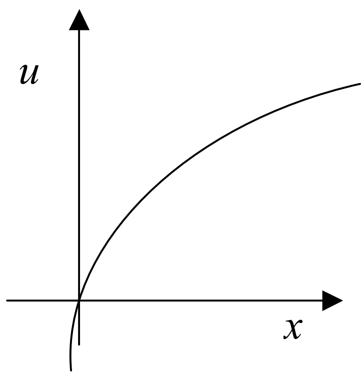
1) Funzione utilità lineare

$$u\ (x)\ = x$$

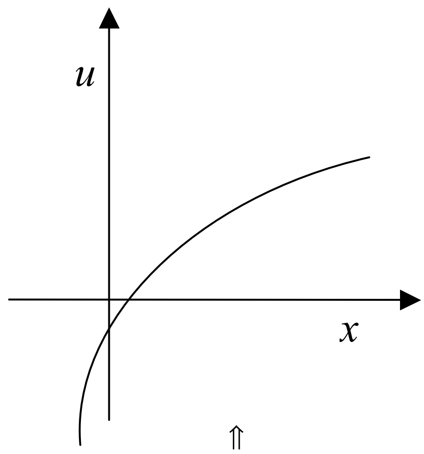


2) Funzione di utilità concava

$$u'(x) \geq 0 \qquad u''(x) \leq 0 \qquad \forall\ x \in X$$



$\subset$
(include)

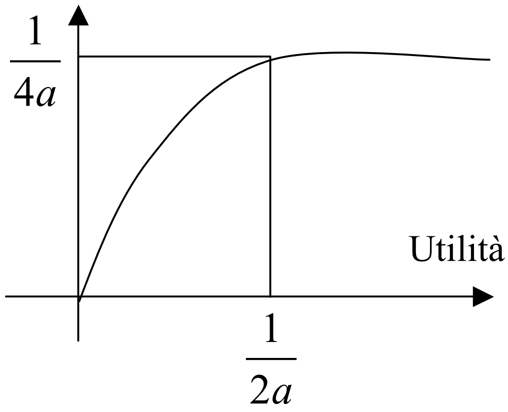


$\Uparrow$

$$u(x) = k \log x + b$$

3) Funzione di utilità quadratica

$$u(x) = x - a\,x^2 \qquad\qquad a > 0$$



$$\begin{cases} \text{Crescente per } x < \dfrac{1}{2a} \\ \text{Costante per } x > \dfrac{1}{2a} \end{cases}$$

4) Funzione di utilità esponenziale

$u(x) = a\left[1 - e^{-x/a}\right]$ definita $\quad \forall x \in X$ *e* limitata superiormente

da *a essendo* $\lim_{x \to +\infty} u(x) = a$