Efficienza paretiana (o Pareto-efficienza)

Una situazione S è **Pareto-efficiente** (o **efficiente in senso paretiano**) se non è possibile accrescere il benessere di alcuno dei soggetti coinvolti, se non riducendo il benessere di qualcun altro di loro.

Una situazione S′ è un **miglioramento paretiano** rispetto alla situazione S, se è possibile trasformare S in S′, il benessere di *almeno uno* dei soggetti coinvolti è maggiore in S′ che in S e *nessuno* ha minor benessere in S′ che in S. Un miglioramento paretiano è **debole** se nella nuova situazione il benessere di qualcuno dei soggetti coinvolti è lo stesso di prima (ma non è escluso che, invece, tutti godano di un miglioramento), è **forte** se v'è, invece, un incremento di benessere per *tutti* i soggetti coinvolti.

Possiamo, pertanto, riformulare la definizione precedente come segue: una situazione S è Pareto-efficiente se non esistono miglioramenti paretiani deboli rispetto ad essa.

La condizione di efficienza nello scambio

Illustriamo la nozione di efficienza paretiana immaginando una semplicissima situazione di scambio; figuriamoci, dunque, un'*economia di baratto* nella quale due individui, *A* e *B*, abbiano dotazioni (o allocazioni) iniziali di due beni X e Y – (x_A^0, y_A^0) e (x_B^0, y_B^0)[1] – che possono voler modificare, qualora non siano a loro giudizio le migliori allocazioni per loro conseguibili. Ci domandiamo, allora, quale condizione soddisfaranno le allocazioni ottime, cioè Pareto-efficienti, dei due individui, che indicheremo con (x_A^*, y_A^*) e (x_B^*, y_B^*).

Indichiamo con '$r_{X,Y}$' la **ragione di scambio** del bene X col bene Y, cioè la quantità del bene X che si deve cedere per poter avere un'unità in più del bene Y[2]. Condizione dello scambio tra gli individui *A* e *B* è che concordino su una ragione di scambio $r_{X,Y}$ che consenta loro di passare dalle rispettive dotazioni iniziali (x_A^0, y_A^0) e (x_B^0, y_B^0) ad altre allocazioni (x_A', y_A') e (x_B', y_B') preferite alle prime, nel rispetto dei vincoli seguenti:

$$x_A' + x_B' = x_A^0 + x_B^0 \qquad \text{e} \qquad y_A' + y_B' = y_A^0 + y_B^0 \qquad [1]$$

Se, per esempio, $r_{X,Y} = ½$, cioè si deve cedere mezza unità del bene X[3] per poter avere un'unità in più del bene Y, e se dei due è l'individuo *B* a volersi liberare di un po' di X e, precisamente, supponiamo, di un'unità del bene, allora le nuove allocazioni sarebbero:

$$(x_A', y_A') = (x_A^0 + 1, y_A^0 - 2) \qquad \text{e} \qquad (x_B', y_B') = (x_B^0 - 1, y_B^0 + 2) \qquad [2]$$

Ma quand'è che i due individui *A* e *B* potranno concordare su una ragione di scambio? Per rispondere a questa domanda, introduciamo, indicandolo con '$SMS^A_{X,Y}(x_A'', y_A'')$', il saggio marginale[4] di sostituzione del bene X col bene Y per l'individuo *A* quando l'allocazione che questi ha sia l'allocazione (x_A'', y_A''). Esso è definito come la quantità del bene X che

[1] La notazione '(..., ...)' per le allocazioni indica che sono coppie ordinate, cioè che i valori numerici nella parentesi tonda che la virgola separa sono relativi il primo al bene X, il secondo al bene Y, misurandone la rispettiva quantità disponibile nell'allocazione considerata.

[2] Si osservi che $r_{Y,X}$ sarebbe, invece, la ragione di scambio del bene Y col bene X, cioè la quantità del bene Y che si deve cedere per poter avere un'unità in più del bene X, ragione di scambio che è il reciproco (o l'inverso) di $r_{X,Y}$.

[3] Ammesso che la suddivisione sia possibile.

[4] Notiamo che la definizione proposta non è del tutto rigorosa, perché considera una variazione *unitaria* del bene Y.

l'individuo A è disposto a cedere per avere un'unità in più del bene Y quando l'allocazione che ha sia l'allocazione (x_A'', y_A''), così da conservare lo stesso benessere che ha con quest'allocazione[5]. Ora, poiché nell'esempio visto prima lo scambio avviene ed è l'individuo B a cedere il bene X, è sufficiente un po' di riflessione per convincersi che devono valere le disuguaglianze seguenti:

$$\mathrm{SMS}^{B}_{X,Y}(x_B^{0}, y_B^{0}) \;\geq\; r_{X,Y} \;\geq\; \mathrm{SMS}^{A}_{X,Y}(x_A^{0}, y_A^{0}) \qquad [3]$$

Infatti, poiché lo scambio è **volontario** e, quindi, nessuno dei due individui può, a seguito di esso, conseguire un minor benessere, occorre che la ragione di scambio sia vantaggiosa per entrambi (o perlomeno, non penalizzante per alcuno), cioè che per il bene che ciascuno cede la ragione di scambio implichi una rinuncia minore o uguale a quella che ciascuno è disposto a sopportare.

Possiamo ora indicare la condizione che deve essere soddisfatta affinché le allocazioni (x_A^*, y_A^*) e (x_B^*, y_B^*) – che rispettano il duplice vincolo $x_A^* + x_B^* = x_A^0 + x_B^0$ e $y_A^* + y_B^* = y_A^0 + y_B^0$ – siano le allocazioni ottime per gli individui A e B, cioè le allocazioni che non intendono più modificare con lo scambio. Anche se ne omettiamo la dimostrazione, non è così difficile persuadersi che la condizione ricercata è la seguente:

$$\mathrm{SMS}^{A}_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = \mathrm{SMS}^{B}_{X,Y}(x_B^*, y_B^*) \qquad [4]$$

L'uguaglianza precedente esprime, dunque, la condizione di efficienza paretiana nello scambio.

Come modificheremmo il ragionamento sinora svolto, se i nostri due individui A e B fossero per magia trasportati in un'economia monetaria nella quale gli scambi sono regolati in denaro e il compratore paga un certo prezzo al venditore? Per semplicità, assumiamo nel seguito che i beni X e Y siano scambiati in mercati di **concorrenza perfetta** e che i nostri due individui si trovino tutt'e due sul lato della domanda, siano cioè compratori (o, se preferite, consumatori). Assumiamo, inoltre, che ciascuno disponga di un reddito[6] sufficiente (che non interessa quantificare) e che i prezzi dei beni X e Y, p_X e p_Y, siano **prezzi di equilibrio**[7] di mercato.

Una delle caratteristiche che definiscono un mercato di concorrenza perfetta è il fatto che ciascun agente economico sull'uno e sull'altro lato del mercato, cioè ciascun consumatore e ciascuna impresa (ciascun produttore), è, in gergo, **price-taker**, ovvero nel prendere le proprie decisioni di consumo e di produzione, di acquisto e di vendita, assume i prezzi di mercato come un *dato immodificabile*. Se è così, alla ragione di scambio $r_{X,Y}$ che presiedeva agli scambi nell'economia di baratto si sostituisce in un'economia monetaria, con mercati dei beni X e Y di concorrenza perfetta, il rapporto dei prezzi di equilibrio p_Y/p_X (secondo l'ordine dei prezzi al numeratore e al denominatore!). Infatti, se l'individuo A, per esempio, vuol consumare un po' più di Y ($\Delta Y > 0$) e un po' meno di X ($\Delta X < 0$), rispetto all'allocazione che aveva immaginato inizialmente, per la quale avrebbe speso tutto il proprio reddito, deve

[5] Non sfugga che il saggio marginale di sostituzione è sempre definito con riferimento a una *certa* allocazione!
[6] Il reddito prende il posto delle dotazioni iniziali.
[7] Quest'ipotesi corrisponde al rispetto del duplice vincolo $x_A' + x_B' = x_A^0 + x_B^0$ e $y_A' + y_B' = y_A^0 + y_B^0$.

'procurarsi' € ($p_Y \times \Delta Y$) il che è possibile solo rinunciando al bene X nella misura $\Delta X = -(p_Y \times \Delta Y)/p_X = -(p_Y/p_X) \times \Delta Y$.

Sia $r_{X,Y}$ sia p_Y/p_X esprimono rapporti di scambio del bene X col bene Y che sono, almeno in parte, **esterni** a ciascun individuo: il secondo è un rapporto di scambio *impersonale* e *oggettivo*, poiché è determinato dall'offerta e dalla domanda complessive in ciascun mercato e dai prezzi di equilibrio che in esso si formano, il primo è, invece, *intersoggettivo* e *reciproco*, perché è contrattato nella relazione di scambio con l'altro individuo, entro l'intervallo fissato dalla condizione perché lo scambio possa avvenire, intervallo che ha per estremi i saggi marginali di sostituzione delle due parti[8].

Tornando ora alla scelta da parte degli individui *A* e *B* della combinazione ottima dei beni X e Y, quando i prezzi di mercato di equilibrio sono p_X e p_Y, sappiamo dalla teoria economica che la condizione[9] che deve essere soddisfatta da tali loro scelte è, in generale, la seguente:

$$\mathrm{SMS}^A_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = p_Y/p_X \qquad \text{e} \qquad \mathrm{SMS}^B_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = p_Y/p_X \qquad [5]$$

Poiché al secondo membro delle due precedenti uguaglianze figura lo stesso termine, possiamo concludere che in mercati di concorrenza perfetta il comportamento razionale degli individui consistente nello scegliere il paniere che ai prezzi di mercato dà loro il massimo benessere conseguibile col proprio reddito genera esiti allocativi che soddisfano la condizione di efficienza paretiana nello scambio prima illustrata[10].

Ripercorriamo brevemente quanto visto sinora: prima abbiamo ricavato, analizzando come avvengono gli scambi in un'economia di baratto, la condizione di efficienza paretiana nello scambio, poi abbiamo mostrato come questa condizione sia soddisfatta in un'economia di mercati di concorrenza perfetta, abbiamo cioè illustrato come un particolare meccanismo decentrato di allocazione delle risorse consenta di conseguire l'efficienza.

---

[8] Si riveda la disuguaglianza [3].

[9] Dovremmo scrivere, più precisamente, "una delle condizioni che devono essere soddisfatte", poiché naturalmente la combinazione scelta deve anche rispettare il cosiddetto *vincolo di bilancio* del consumatore, deve cioè comportare una spesa complessiva non superiore al reddito del consumatore.

[10] Questa non è che una delle manifestazioni del principio della "mano invisibile" enunciato da Adam Smith nel XVIII secolo (cfr. Smith, A. (1975 [1776]), *La ricchezza delle nazioni*, Torino, UTET, Libro IV, Cap. II).

Condizioni di efficienza paretiana

Efficienza nello scambio

DATI: quantità complessivamente disponibili dei due beni X e Y indicate con '**X**' e '**Y**'; preferenze dei due individui A e B sulle combinazioni dei due beni, espresse mediante funzioni di utilità $u^A(x_A, y_A)$, $u^B(x_B, y_B)$.

PROBLEMA: determinare le allocazioni/ripartizioni di X e Y tra i due individui A e B che sono Pareto-efficienti, ovvero che non possono essere modificate accrescendo il benessere di uno dei due individui se non diminuendo quello dell'altro.

SOLUZIONE: l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti è formato da allocazioni (x_A*, y_A*) e (x_B*, y_B*) che soddisfano i vincoli $x_A^* + x_B^* = \mathbf{X}$ e $y_A^* + y_B^* = \mathbf{Y}$ e tali che i saggi marginali di sostituzione dei due individui calcolati nelle rispettive allocazioni siano uguali: $\text{SMS}^A_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = \text{SMS}^B_{X,Y}(x_B^*, y_B^*)$.

Efficienza nella produzione (*ovvero, nei processi produttivi*)

DATI: quantità complessivamente disponibili dei due fattori di produzione lavoro, L, e capitale, K, indicate con '**L**' e '**K**'; funzioni di produzione per ciascuno dei due beni X e Y – $f^X(l_X, k_X)$ e $f^Y(l_Y, k_Y)$ – che incorporano lo stato presente della *tecnologia*.

PROBLEMA: determinare le allocazioni/ripartizioni dei fattori produttivi L e K tra le due produzioni di X e di Y che sono Pareto-efficienti, ovvero che non possono essere modificate accrescendo la produzione di uno dei due beni se non diminuendo quella dell'altro.

SOLUZIONE: l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti è formato da allocazioni (l_X*, k_X*) e (l_Y*, k_Y*) che soddisfano i vincoli $l_X^* + l_Y^* = \mathbf{L}$ e $k_X^* + k_Y^* = \mathbf{K}$ e tali che i saggi marginali di sostituzione tecnica dei due fattori produttivi in ciascuna produzione calcolati nelle rispettive allocazioni siano uguali:

$$\text{SMST}^X_{L,K}(l_X^*, k_X^*) = \text{SMST}^Y_{L,K}(l_Y^*, k_Y^*).$$

Efficienza nella combinazione produttiva (*ovvero, nelle scelte di produzione*)

DATI: quantità complessivamente disponibili dei due fattori di produzione lavoro, L, e capitale, K, indicate con '**L**' e '**K**'; funzioni di produzione per ciascuno dei due beni X e Y – $f^X(l_X, k_X)$ e $f^Y(l_Y, k_Y)$ – che incorporano lo stato presente della *tecnologia*; preferenze dei due individui A e B sulle combinazioni dei due beni, espresse mediante funzioni di utilità $u^A(x_A, y_A)$, $u^B(x_B, y_B)$.

PROBLEMA: determinare le allocazioni/ripartizioni dei fattori produttivi L e K tra le due produzioni di X e di Y e le allocazioni/ripartizioni delle quantità di X e di Y così prodotte tra i due individui A e B che sono Pareto-efficienti, ovvero che non possono essere modificate accrescendo la produzione di uno dei due beni se non diminuendo quella dell'altro o accrescendo il benessere di uno dei due individui se non diminuendo quello dell'altro.

SOLUZIONE: l'insieme delle allocazioni Pareto-efficienti è formato da allocazioni (l_X*, k_X*), (l_Y*, k_Y*), (x_A*, y_A*), (x_B*, y_B*) che soddisfano i rispettivi vincoli $l_X^* + l_Y^* = \mathbf{L}$ e $k_X^* + k_Y^* = \mathbf{K}$, $x_A^* + x_B^* = f^X(l_X^*, k_X^*)$ e $y_A^* + y_B^* = f^Y(l_Y^*, k_Y^*)$ e tali che i saggi marginali di sostituzione dei due individui calcolati nelle rispettive allocazioni non solo siano uguali tra loro $SMS^A_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = SMS^B_{X,Y}(x_B^*, y_B^*)$, ma coincidano anche col saggio marginale di trasformazione di X in Y calcolato nelle quantità dei due beni corrispondenti alle allocazioni dei fattori produttivi:

$$SMS^A_{X,Y}(x_A^*, y_A^*) = SMS^B_{X,Y}(x_B^*, y_B^*) = SMT_{X,Y}(f^X(l_X^*, k_X^*), f^Y(l_Y^*, k_Y^*)).$$

Definizioni:

$SMS^A_{X,Y}(x_A', y_A')$ Il saggio marginale di sostituzione del bene X col bene Y per l'individuo *A* quando la combinazione dei due beni che questi ha a disposizione sia l'allocazione (x_A', y_A') è la quantità del bene X alla quale l'individuo *A* è disposto a rinunciare per accrescere di un'unità la propria disponibilità del bene Y, così da avere la stessa utilità (o benessere) che ha con (x_A', y_A'). Corrisponde al rapporto delle utilità marginali per l'individuo *A* del bene Y e del bene X, nell'ordine, quando abbia a disposizione l'allocazione (x_A', y_A'), cioè:

$$SMS^A_{X,Y}(x_A', y_A') = UMg\_A_Y(x_A', y_A')/\ UMg\_A_X(x_A', y_A').$$

$SMST^X_{L,K}(l_X', k_X')$ Il saggio marginale di sostituzione tecnica del fattore produttivo lavoro, L, col fattore produttivo capitale, K, nella produzione del bene X quando le quantità impiegate dei due fattori siano quelle dell'allocazione (l_X', k_X') è la quantità del fattore lavoro alla quale si può rinunciare se si accresce di un'unità la quantità impiegata del fattore capitale, così da ottenere la stessa quantità di X che è possibile produrre con (l_X', k_X'). Corrisponde al rapporto delle produttività marginali nella produzione del bene X del fattore capitale e del fattore lavoro, nell'ordine, quando essi siano impiegati in tale produzione nelle quantità dell'allocazione (l_X', k_X'), cioè:

$$SMST^X_{L,K}(l_X', k_X') = PMg\_X_K(l_X', k_X')/\ PMg\_X_L(l_X', k_X').$$

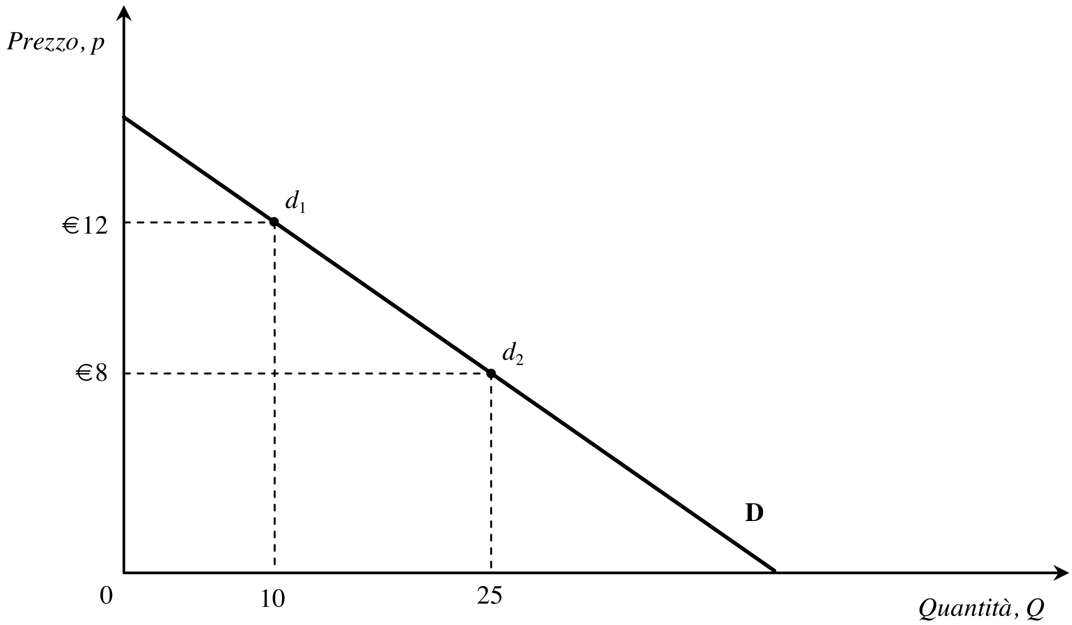
$SMT_{X,Y}(X', Y')$ Il saggio marginale di trasformazione del bene X nel bene Y quando se ne stiano producendo rispettivamente le quantità dell'allocazione (X', Y') è la quantità del bene X alla quale si deve rinunciare per produrre un'unità in più del bene Y. Corrisponde al rapporto dei costi marginali di Y e di X, nell'ordine, quando dei due beni si producano le quantità dell'allocazione (X', Y'), cioè:

$$SMT_{X,Y}(X', Y') = CMg(Y')/CMg(X').$$

Domanda e curva di domanda

La *curva di domanda* di un qualsiasi bene è la rappresentazione grafica, in un sistema di assi cartesiano, nel quale sull'ascissa si misura generalmente la quantità del bene e in ordinata il suo prezzo (o, quando tale nozione non sia pertinente, la disponibilità marginale a pagare), la *relazione di domanda* tra prezzi e quantità domandate in un determinato periodo di tempo (che però sovente non è specificato). Può riferirsi a un singolo consumatore e allora si chiama curva di *domanda individuale* o alla totalità dei consumatori e allora è detta curva di *domanda di mercato*.

Quando in economia si parla di domanda s'intende di solito la cosiddetta *domanda diretta*, relazione tra prezzo di mercato, la *variabile indipendente*, e quantità domandata, la *variabile dipendente*. Tale interpretazione è coerente con il modello di scelta del consumatore in mercati di concorrenza perfetta o anche imperfetta, nel quale si assume che il consumatore sia *price-taker* e decida quanto domandare di ciascun bene tenendo conto del suo prezzo (che ritiene di non poter modificare con le proprie scelte), del proprio reddito e delle proprie preferenze[11]. In altri contesti può essere più utile ragionare in termini di *domanda inversa*, relazione tra quantità domandata, la *variabile indipendente*, e *prezzo di riserva* dell'ultima unità, la *variabile dipendente*. Per unità successive di un bene, infatti, anche uno stesso individuo non è, in generale, disposto a pagare sempre la stessa somma di denaro, ma piuttosto somme via via minori, al diminuire dell'intensità o dell'urgenza del bisogno che quel bene è destinato a soddisfare, man mano che se ne consumano unità aggiuntive. Il prezzo di riserva è allora il prezzo massimo che un individuo sarebbe disposto a pagare per un'unità in più di un bene, quando ne avesse già un certo numero, positivo o nullo[12].



[11] Il fatto che consumatori differenti abbiano *differenti* preferenze si tradurrà allora nella scelta da parte loro di quantità *diverse* del bene, che per ipotesi è un bene privato, cioè rivale ed escludibile. Come vedremo, per i beni pubblici l'eterogeneità delle preferenze individuali si manifesta altrimenti.

[12] Così, se per la prima unità fosse, per esempio, disposto a pagare €4, per la seconda (cioè, per un'unità in più quando ne avesse già *una*) potrebbe non voler dare più di €3,50 e per la terza (cioè, per ancora un'altra unità quando ne avesse già *due*) al più €3 e così via.

Con riferimento alla curva di domanda **D** in figura, come interpretiamo, dunque, le combinazioni d_1 e d_2, che giacciono su di essa? Se consideriamo la curva come raffigurante la domanda diretta, allora in d_1 leggiamo che al prezzo di €12 la quantità domandata è 10 unità, mentre da d_2 sappiamo che al diminuire del prezzo a €8 la quantità domandata cresce a 25 unità. D'altro canto, se nella curva vediamo raffigurata la domanda inversa, allora da d_1 sappiamo che il prezzo di riserva per un'unità in più del bene considerato quando ne siano state rese disponibili già 9 è di €12, mentre d_2 c'informa che se le unità che sono state rese disponibili sono 24, allora una in più è valutata, dal consumatore che la desidera maggiormente, non più di €8.